أكاديمية الحوت في الرياضيات





الصف الثاني الإعدادي

أ. سعد حجازي
01282619484



الصف الثاني الإعدادي

أولاً الجبر ع٢ الحوت..

العدد لنسبى المربع الكامل

صفر² = صفر ١² = ١ ٢² = ٤ ٣² = ٩

٤² = ١٦ ٥² = ٢٥ ٦² = ٣٦ ٧² = ٤٩

٨² = ٦٤ ٩² = ٨١ ١٠² = ١٠٠ ١١² = ١٢١

مثال ١ أكمل الجذر التربيعي

[١] √١٦ = ... [٢] √٤ = ...

[٣] √٨١ = ... [٤] √..... = ٧

[٥] √..... = ١٠ [٦] √..... = ٦

[٧] √٤س² = ... [٨] √..... = ٢س

[٩] إذا كانت س² = ٤/٩ فإن س = ...

[١٠] إذا كانت س² = ٤٩ فإن س = ...

[١١] {٠} ∪ ص+ = ... [١٢] √-٩ = ...

[١٢] مربع طول ضلعه √٥ سم مساحته = ... سم²

[١٣] مربع مساحته ٣ سم² فإن طول ضلعه = ... سم

مثال ٢ أوجد م.ح في ن

[١] س + ٣ = ٥
أكمل

[٢] ٢س + ٨ = ١٧
أكمل

[٣] ٣س − ٩ = ١٢
أكمل

[٤] س² − ٤ = ٥
أكمل

[٥] ٢س² − ١٥ = ١٧
أكمل

[٦] ٣س² − ٧ = ٢٠
أكمل

[٧] (س − ٣)² = ٢٥
أكمل

[٨] (س + ٥)² = ٩

[٩] (س − ٣)² − ٧ = ٤٢
أكمل

[١٠] (س + ٧)² + ٤ = ١٠٤
أكمل

[٢] العدد المسبب للمكعب الكامل

صفر^{٣} = صفر ، $١^{٣} = ١$ ، $٢^{٣} = ٨$

$٣^{٣} = ٢٧$ ، $٤^{٣} = ٦٤$ ، $٥^{٣} = ١٢٥$

$٦^{٣} = ٢١٦$ ، $٧^{٣} = ٣٤٣$ ، $٨^{٣} = ٥١٢$

$٩^{٣} = ٧٢٩$ ، $١٠^{٣} = ١٠٠٠$ ، وهكذا ......

[٣] $٢٧ س^{٣} - ٢ = ٦٢$

الحل

[٤] $٤٠ س^{٣} + ١ = ١٣٦$

الحل

مثال ١ أكمل

[١] $\sqrt[٣]{٨}$ = ...

[٢] $\sqrt[٣]{-٢٧}$ = ...

[٣] $\sqrt[٣]{١٢٥}$ = ...

[٤] $\sqrt[٣]{-٨ س^{٣}}$ = ...

[٥] $\sqrt[٣]{٦٤ س^{٩}}$ = ...

[٦] $\sqrt[٣]{-٢٧ س^{١٢}}$ = ...

[٦] مكعب حجمه ٢١٦ سم^{٣} طول حرفه = ... سم

[٧] مكعب حجمه ٢٧ سم^{٣} طول حرفه = ... سم

[٨] مربع مساحته ٩ سم^{٢} طول حرفه = ... سم

[٩] مربع مساحته ٤٩ سم^{٢} طول حرفه = ... سم

[١٠] $\sqrt[٣]{....}$ = ٢

[١١] $\sqrt[٣]{....}$ = ٥س

[١٢] $\sqrt{١٦}$ = $\sqrt[٣]{....}$

[١٣] $\sqrt[٣]{....}$ = ٤

[١٣] $\sqrt[٣]{س^{٦}}$ = $\sqrt{....}$

[٥] $(س - ٣)^{٣} = ٢٧$

الحل

[٦] $(س - ٢)^{٣} = -٨$

[٧] $(س - ٢)^{٣} - ٢ = ٦$

الحل

[٨] $(س - ٧)^{٣} + ٣ = ٣٠$

الحل

مثال ٢ أوجد مجموعة الحل في ن

[١] $س^{٣} - ٧ = ٢٠$

الحل

[٢] $٢ س^{٣} - ٩ = ٧$

الحل

[٩] $\sqrt[٣]{س} = ٥$

س = ...

[١٠] $\sqrt[٣]{س} = \frac{١}{٤}$

س = ...

[١١] $\sqrt[٣]{س} = -٤$

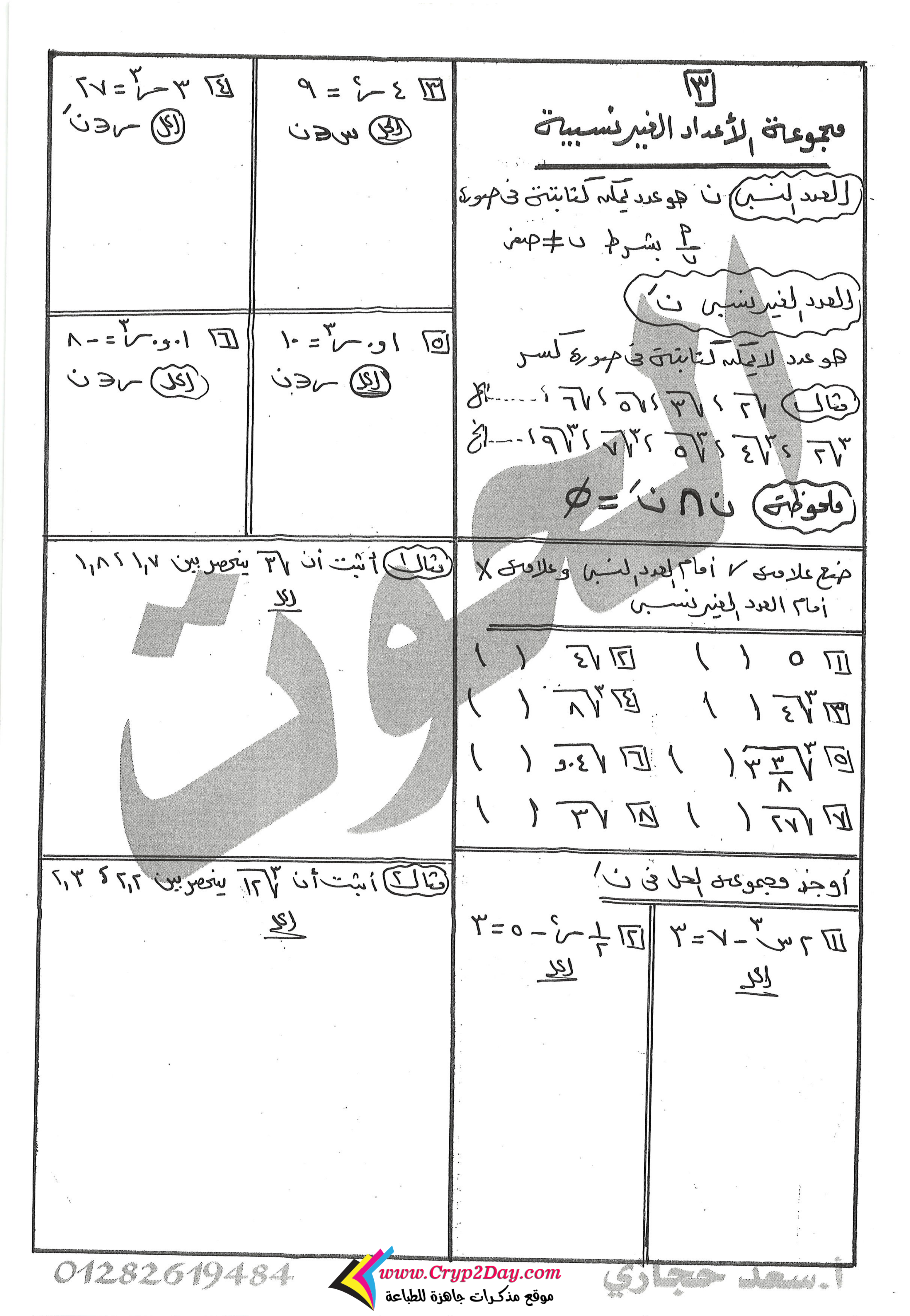
س = ...

[١٢] $س^{٣} = -٨$

س = ...

[١٣] $س^{٣} + ٢٧ = ٠$

الحل



٣

مجموعة الأعداد الغير نسبية

العدد النسبي ن: هو عدد يمكن كتابته في صورة $\frac{أ}{ب}$ بشرط ب $\neq$ صفر

العدد الغير نسبي ن': هو عدد لا يمكن كتابته في صورة كسر

مثال: $\sqrt{٢}$ ، $\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{٥}$ ، $\sqrt{٦}$ ، ..... الخ

$\sqrt[٣]{٢}$ ، $\sqrt[٣]{٤}$ ، $\sqrt[٣]{٥}$ ، $\sqrt[٣]{٧}$ ، $\sqrt[٣]{٩}$ ..... الخ

ملحوظة: $ن \cap ن' = \emptyset$

ضع علامة ✓ أمام العدد النسبي وعلامة ✗ أمام العدد الغير نسبي

[١] ٥ ( ) ( )
[٢] $\sqrt{٤}$ ( ) ( )
[٣] $\sqrt[٣]{٤}$ ( ) ( )
[٤] $\sqrt[٣]{٨}$ ( ) ( )
[٥] $\sqrt[٣]{٣\frac{٣}{٨}}$ ( ) ( )
[٦] $\sqrt{٠.٠٤}$ ( ) ( )
[٧] $\sqrt{٢٧}$ ( ) ( )
[٨] $\sqrt{٣}$ ( ) ( )

أوجد مجموعة الحل في ن'

[١] $٢ س^٣ - ٧ = ٣$

الحل

[٢] $\frac{١}{٢} س^٢ - ٥ = ٣$

الحل

[٣] $٤ س^٢ = ٩$

الحل س ∈ ن

[٤] $٣ س^٣ = ٢٧$

الحل س ∈ ن'

[٥] $٠.١ س^٣ = ١٠$

الحل س ∈ ن

[٦] $٠.٠١ س^٣ = -٨$

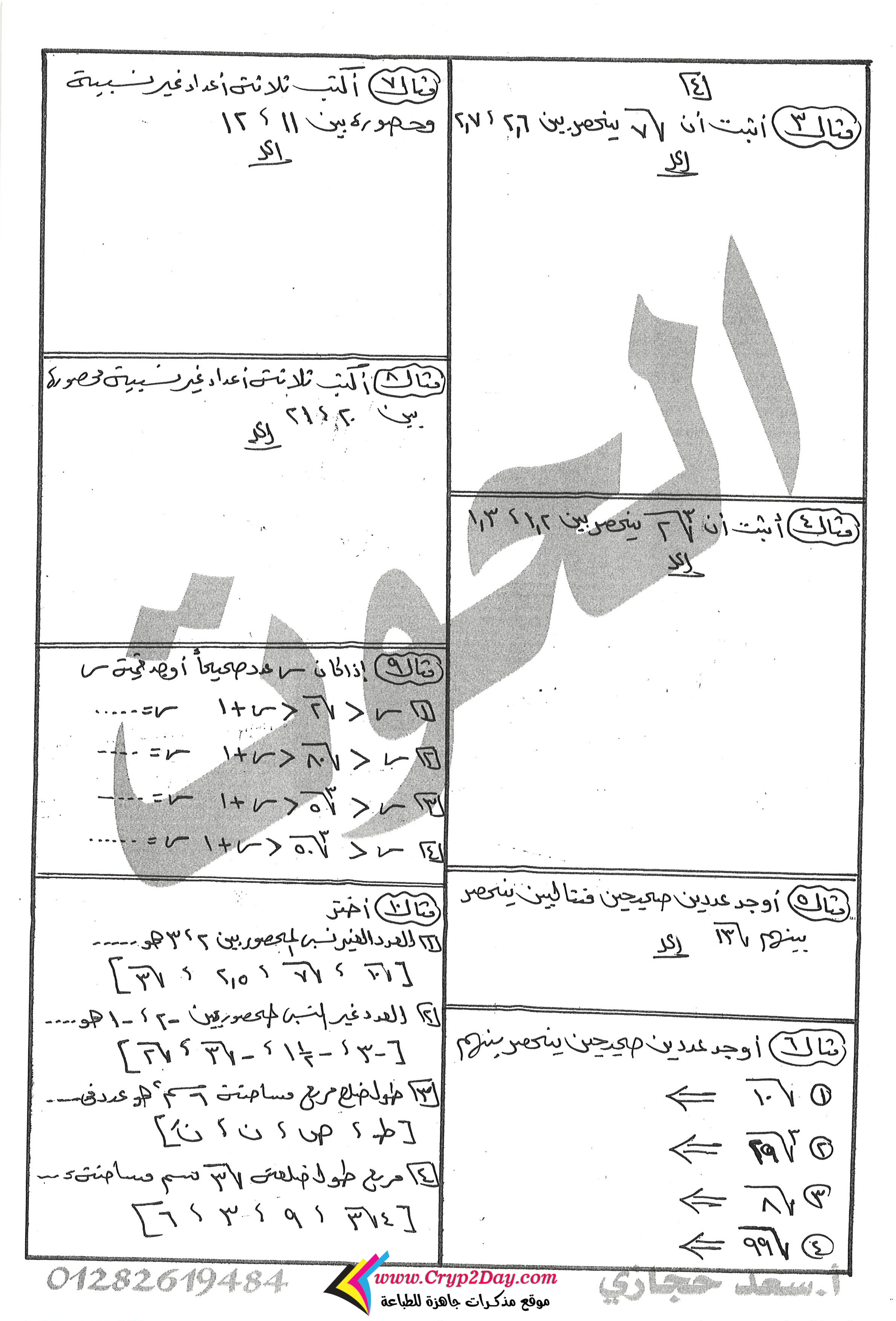
الحل س ∈ ن

مثال ١: أثبت أن $\sqrt{٣}$ ينحصر بين ١.٧ ، ١.٨

الحل

مثال ٢: أثبت أن $\sqrt[٣]{١٢}$ ينحصر بين ٢.٢ ، ٢.٣

الحل



[٤]

سؤال ٣ أثبت أن $\sqrt{7}$ ينحصر بين ٢٫٦ ، ٢٫٧

الحل

سؤال ٤ أثبت أن $\sqrt[3]{2}$ ينحصر بين ١٫٢ ، ١٫٣

الحل

سؤال ٥ أوجد عددين صحيحين متتاليين ينحصر بينهم $\sqrt{13}$

الحل

سؤال ٦ أوجد عددين صحيحين ينحصر بينهم

١) $\sqrt{10}$ ⇐

٢) $\sqrt[3]{29}$ ⇐

٣) $\sqrt{8}$ ⇐

٤) $\sqrt{99}$ ⇐

سؤال ٧ أكتب ثلاثة أعداد غير نسبية محصورة بين ١١ ، ١٢

الحل

سؤال ٨ أكتب ثلاثة أعداد غير نسبية محصورة بين ٢ ، ٢٫١

الحل

سؤال ٩ إذا كان س عدد صحيحاً أوجد قيمة س

١) س < $\sqrt{27}$ < س + ١ س = ...

٢) س < $\sqrt{80}$ < س + ١ س = ...

٣) س < $\sqrt[3]{50}$ < س + ١ س = ...

٤) س < $\sqrt[3]{50}$ < س + ١ س = ...

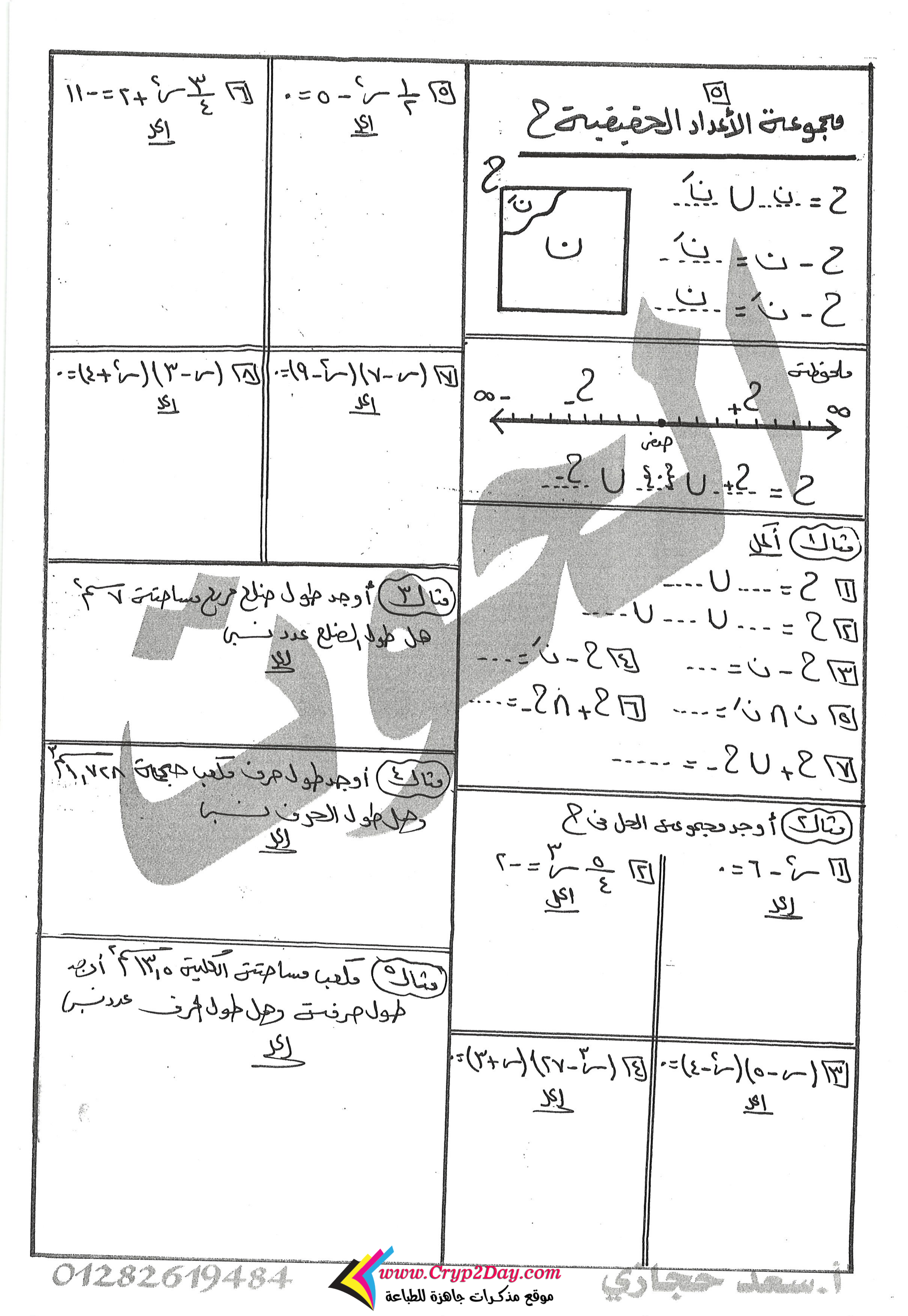
سؤال ١٠ أختر

١) العدد الغير نسبي المحصور بين ٢ ، ٣ هو ......
[$\sqrt{6}$ ، $\sqrt{7}$ ، ٢٫٥ ، $\sqrt{3}$]

٢) العدد غير النسبي المحصور بين -٢ ، -١ هو ......
[-٣ ، -١ ½ ، -$\sqrt{3}$ ، $\sqrt{2}$]

٣) طول ضلع مربع مساحته ٦ سم² هو عدد في ......
[ط ، ص ، ن ، ن']

٤) مربع طول ضلعه $\sqrt{3}$ سم مساحته ......
[٤$\sqrt{3}$ ، ٩ ، ٣ ، ٦]



٥

مجموعة الأعداد الحقيقية ح

ح = ن ∪ نَ

ح - ن = نَ

ح - نَ = ن

ملحوظات

ح = ح+ ∪ {٠} ∪ ح-

مثال ١ أكمل

١ ح = ... ∪ ......

٢ ح = ... ∪ ...... ∪ ......

٣ ح - ن = ...

٤ ح - نَ = ...

٥ ن ∩ نَ = ...

٦ ح+ ∩ ح- = ...

٧ ح+ ∪ ح- = ...

مثال ٢ أوجد مجموعة الحل في ح

١ س^2 - ٦ = ٠
الحل

٢ $\frac{٥}{٤}$ س^3 = -٢
الحل

٣ (س - ٥)(س^2 - ٤) = ٠
الحل

٤ (س^3 - ٢٧)(س + ٣) = ٠
الحل

٥ $\frac{١}{٢}$ س^2 - ٥ = ٠
الحل

٦ $\frac{٣}{٤}$ س^2 + ٢ = -١١
الحل

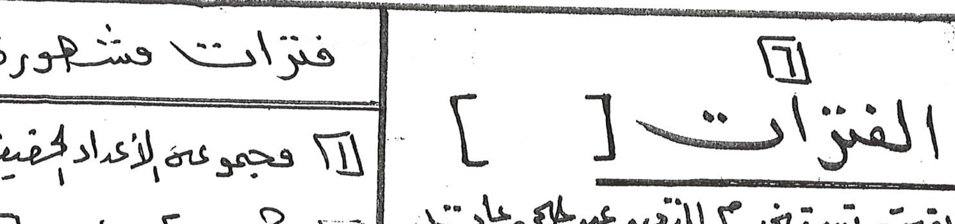
٧ (س - ٧)(س^2 - ٩) = ٠
الحل

٨ (س - ٣)(س^2 + ٤) = ٠
الحل

مثال ٣ أوجد طول ضلع مربع مساحته ٧ سم^2
هل طول الضلع عدد نسبي
الحل

مثال ٤ أوجد طول حرف مكعب حجمه ٢١,٧٢٨ سم^3
وهل طول الحرف نسبي
الحل

مثال ٥ مكعب مساحته الكلية ١٣,٥ سم^2 أوجد طول حرفه وهل طول الحرف عدد نسبي
الحل



6

الفترات [ ]

هي طريقة تستخدم للتعبير عن المجموعات الجزئية من الأعداد الحقيقية وذلك لاستحالة عرضها باستخدام المجموعات

(1) الفترة المغلقة

مثال: $-3 \le س \le 2$ $\quad [-3, 2]$

$-\infty$ ، -3 ، 2 ، ∞ ، صفر

(2) الفترة المفتوحة

مثال: $-3 < س < 2$ $\quad]-3, 2[$

$-\infty$ ، -3 ، 2 ، ∞ ، صفر

(3) الفترة النصف مفتوحة (مغلقة)

مثال: $-3 \le س < 2$ $\quad [-3, 2[$

$-\infty$ ، -3 ، 2 ، ∞ ، صفر

(4) الفترة النصف مغلقة (مفتوحة)

مثال: $-3 < س \le 2$ $\quad]-3, 2]$

$-\infty$ ، -3 ، 2 ، ∞ ، صفر

(5) الفترة الغير محدودة

1) $س \ge 5$ $\quad [5, \infty[$

2) $س > 5$ $\quad]5, \infty[$

3) $س \le 2$ $\quad]-\infty, 2]$

4) $س < 2$ $\quad]-\infty, 2[$

فترات مشهورة

1) مجموعة الأعداد الحقيقية $ح =]-\infty, \infty[$

2) $ح_+ =]0, \infty[$

3) $ح_- =]-\infty, 0[$

4) مجموعة الأعداد الحقيقية الغير سالبة $= [0, \infty[$

5) مجموعة الأعداد الحقيقية الغير موجبة $=]-\infty, 0]$

مثال 1 ضع علامة $\in$ أو $\notin$

1) 3 ...... $[3, 5]$ — 2) -2 ...... $[-2, 1]$

3) صفر ...... $[-1, 4]$ — 4) $|-3|$ ...... $[2, \infty[$

5) $\sqrt{9}$ ...... $[-3, \infty[$ — 6) $\sqrt[3]{-1}$ ...... $]-\infty, 1[$

مثال 2 إذا كانت $س =]-3, 2[$ ، $ص = [-2, 4]$

أوجد على صورة فترة مستعيناً بخط الأعداد

1) $س \cap ص$ — 2) $س \cup ص$

3) $س - ص$ — 4) $ص - س$

الحل

$-\infty$ ، صفر ، ∞

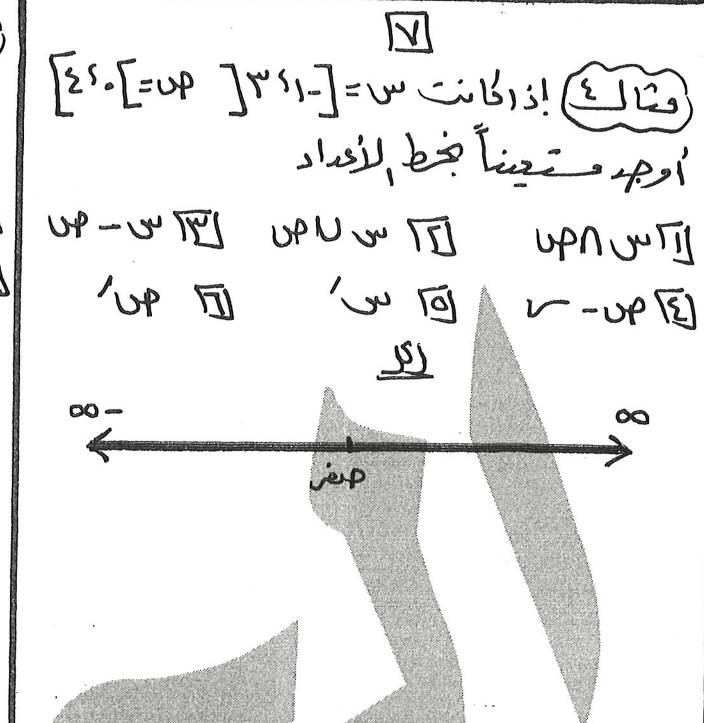
مثال 3 إذا كانت $س = [2, 5[$ ، $ص = [-1, \infty[$

أوجد على صورة فترة مستعيناً بخط الأعداد

1) $س \cap ص$ — 2) $س \cup ص$ — 3) $س - ص$

الحل

$-\infty$ ، صفر ، ∞



تمرين (٤) إذا كانت س =]-١ ، ٣] ، ص = [٠ ، ٤[

أوجد مستعيناً بخط الأعداد

١) س ∩ ص ٢) س ∪ ص ٣) س − ص

٤) ص − س ٥) س′ ٦) ص′

الحل

تمرين (٥) إذا كانت س =]-∞ ، ١] ، ص =]-٢ ، ∞[

أوجد مستعيناً بخط الأعداد

١) س ∩ ص ٢) س ∪ ص ٣) س − ص

٤) ص − س ٥) س′ ٦) ص′

الحل

-∞ صفر ∞

تمرين (٦) أكمل

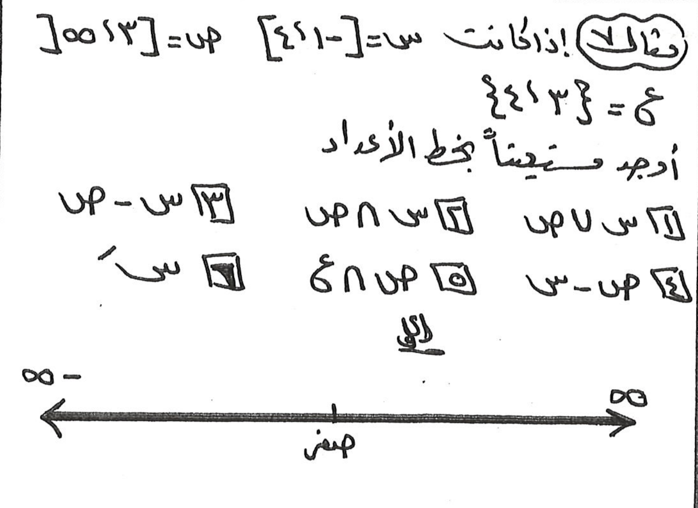
١) [٢ ، ٥] − {٢} = ...

٢) [-٣ ، ٧] − {-٣ ، ٧} = ...

٣)]-٢ ، ٥] ∪ {-٢} = ...

٤)]-١ ، ٣[∪ {-١ ، ٣} = ...

٥)]-١ ، ٣[∪ {-٣} = ...



تمرين (٧) إذا كانت س = [-١ ، ٤] ، ص = [٣ ، ∞[

ع = {٣ ، ٤}

أوجد مستعيناً بخط الأعداد

١) س ∪ ص ٢) س ∩ ص ٣) س − ص

٤) ص − س ٥) ص ∩ ع ٦) س′

الحل

تمرين (٨) أكمل

١) ح = ... ∪ ...... أو ح = ... ∪ ...... ∪ ......

٢) ح = ... في صورة فترة

٣) ح+ = ... في صورة فترة

٤) ح− = ... في صورة فترة

٥) ح − ن = ... ٦) ح − ن′ = ...

٧) ن ∩ ن′ = ... ٨) ن ∪ ن′ = ...

٩) [٢ ، ٥] − {٢ ، ٥} = ...

١٠)]٣ ، ٧[∪ {٣ ، ٧} = ...

١١)]-١ ، ٤] ∩ [٠ ، ١[= ......

١٢)]-٢ ، ٣] ∪ [٠ ، ١[= ......

١٣) ح − [-٣ ، ١] = ...

[٨]

العمليات على الأعداد الحقيقية

أولاً عمليتي الجمع والطرح

[١] $5\sqrt{3} + 2\sqrt{3} =$ ....

[٢] $2\sqrt{5} + \sqrt{7} + 3\sqrt{5} + \sqrt{7} =$ ....

[٣] $\sqrt{2} + 3\sqrt{7} - 5\sqrt{2} + \sqrt{7} =$ ....

[٤] $\sqrt{5} - \sqrt{3} + 2\sqrt{5} + \sqrt{3} =$ ....

[٥] $\sqrt{4} + 4\sqrt[3]{2} + 3\sqrt{2} + \sqrt[3]{2} =$ ....

[٦] $4\sqrt{5} + \sqrt[3]{5} - \sqrt{5} =$ ....

[٧] $5\sqrt[3]{7} - 8\sqrt[3]{7} + 2\sqrt[3]{7} =$ ....

[٨] المحايد الجمعي في ح هو ....

[٩] المعكوس الجمعي للعدد $\sqrt{3}$ هو ....

[١٠] المعكوس الجمعي للعدد $\sqrt{3} - 2$ هو ....

[١١] المعكوس الجمعي للعدد $\sqrt{7} - \sqrt{5}$ هو ....

ملحوظة عملية الجمع في ح يتحقق فيها

[الانغلاق] $\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3} \in$ ح

[الإبدال] $\sqrt{2} + \sqrt{5} = \sqrt{5} + \sqrt{2}$

[الدمج] (أ + ب) + حـ = أ + (ب + حـ)

[المحايد الجمعي] أ + صفر = صفر + أ = أ

[المعكوس الجمعي] أ + (−أ) = (−أ) + أ = صفر

عملية الطرح في ح

ليست إبدالية وليست دامجة

مثال اختصر لأبسط صورة

$4 + \sqrt{3} - 7 - \sqrt{3}$

الحل

ثانياً عملية الضرب

[١] $\sqrt{2} \times \sqrt{2} =$ ....

[٢] $\sqrt{3} \times \sqrt{3} =$ ....

[٣] $2\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} =$ ....

[٤] $-2 \times 3\sqrt{5} =$ ....

[٥] $4\sqrt{2} \times \sqrt{2} =$ ....

[٦] $-2\sqrt{7} \times 4\sqrt{7} =$ ....

[٧] $\sqrt{2} \times \sqrt{5} =$ ....

[٨] المحايد الضربي في ح هو ....

ملحوظة عملية الضرب في ح يتحقق فيها

[الانغلاق ، الإبدال ، الدمج ، المحايد الضربي ، المعكوس الضربي ، التوزيع]

مثال اختصر

[١] $2\sqrt{3}\,(5\sqrt{3} - 4)$

الحل

[٢] $5\sqrt{2}\,(3\sqrt{2} - 2)$

الحل

[٣] $(7\sqrt{2} - 5)(7\sqrt{2} + 5)$

الحل

[٤] $(2\sqrt{3} - 4)(2\sqrt{3} + 4)$

الحل

[٥] $(2\sqrt{3} - 2)^2$

الحل

[٩]

ثالثاً: القسمة — الجذر في مقام حرام

[١] $\frac{9}{\sqrt{3}}$ = ...

[٢] $\frac{3}{\sqrt{2}}$ = ...

[٣] $\frac{5}{3\sqrt{5}}$ = ...

[٤] المعكوس الجمعي للعدد $\frac{6}{\sqrt{2}}$ هو ....

[$-2\sqrt{3}$ ، $2\sqrt{3}$ ، $-3\sqrt{2}$ ، $3\sqrt{2}$]

[٥] المعكوس الضربي للعدد $\sqrt{5}$ هو ....

[-5 ، $\frac{1}{5}$ ، $\frac{5}{\sqrt{5}}$ ، $\frac{\sqrt{5}}{5}$]

[٦] المعكوس الضربي للعدد $\frac{\sqrt{2}}{6}$ هو ....

[$\sqrt{3}$ ، $3\sqrt{2}$ ، $\sqrt{6}$ ، $\frac{\sqrt{2}}{2}$]

[٧] المعكوس الجمعي للعدد $1-\sqrt{2}$ هو ....

العمليات على الجذور التربيعية

ضع في أبسط صورة

[١] $\sqrt{8}$ = ...

[٢] $\sqrt{18}$ = ...

[٣] $\sqrt{20}$ = ...

[٤] $\sqrt{50}$ = ...

[٥] $\sqrt{27}$ = ...

[٦] $\sqrt{45}$ = ...

[٧] $\sqrt{75}$ = ...

ضع في أبسط صورة — مهم جداً جداً جداً

[١] $\sqrt{45} - 3\sqrt{20} + 2\sqrt{5}$

الحل

[٢] $2\sqrt{18} + \sqrt{50} - 12\sqrt{\frac{1}{2}}$

الحل

[٣] $\sqrt{75} - 2\sqrt{27} + \sqrt{3}$

الحل

[٤] $2\sqrt{50} - 3\sqrt{2} - 4\sqrt{\frac{1}{8}}$

الحل

[٥] $\sqrt{27} + 5\sqrt{18} - \sqrt{300}$

الحل

العددان المترافقان

العدد $(\sqrt{أ} + \sqrt{ب})$ مرافقه $(\sqrt{أ} - \sqrt{ب})$

مجموعهم = ضعف الحد الأول = $٢\sqrt{أ}$

ضربهم = مربع الحد الأول - مربع الحد الثاني

$(\sqrt{أ})^٢ - (\sqrt{ب})^٢ = أ - ب$

ملحوظة: حاصل ضرب العددين مترافقين دائماً عدد نسبي

سؤال ١ أكمل

[١] العدد $\sqrt{٢} + \sqrt{٥}$ مرافقه ....

مجموعهم .... حاصل ضربهم ....

[٢] العدد $٣ - \sqrt{٧}$ مرافقه ....

مجموعهم .... حاصل ضربهم ....

[٣] العدد $\sqrt{٥} + \sqrt{٣}$ مرافقه ....

مجموعهم .... حاصل ضربهم ....

سؤال ٢ ضع المقدار في أبسط صورة

[١] $\frac{٤}{\sqrt{٦} - \sqrt{٣}} =$

[٢] $\frac{٤}{\sqrt{٦} - ٢} =$

[٣] $\frac{١٢}{\sqrt{٦} - \sqrt{٢}} =$

سؤال ٣ إذا كانت

$س = \frac{٢}{\sqrt{٥} - \sqrt{٣}}$ ، $ص = \sqrt{٥} - \sqrt{٣}$

[١] أثبت أن س ، ص عددان مترافقان

[٢] أوجد قيمة $\frac{س + ص}{س ص}$

[٣] أوجد قيمة $(س - ص)^٢$

الحل

سؤال ٤ إذا كانت

$أ = \frac{٤}{\sqrt{٧} + \sqrt{٣}}$ ، $ب = \sqrt{٧} + \sqrt{٣}$

[١] أثبت أن أ ، ب عددان مترافقان

[٢] أوجد قيمة $أ^٢ + ٢أب + ب^٢ \Leftarrow (أ + ب)^٢$

[٣] أوجد قيمة $\frac{أ + ب}{١ - أب}$

الحل

العمليات على الجذور التكعيبية

تذكر: ٨ ، ٢٧ ، ٦٤ ، ١٢٥ ، ٢١٦ ، ....

ضع في أبسط صورة

[1] $\sqrt[3]{١٦}$ = ...

[2] $\sqrt[3]{-٢٤}$ = ...

[3] $\sqrt[3]{٨١}$ = ...

[4] $\sqrt[3]{٥٤}$ = ...

[5] $\sqrt[3]{٧٢}$ = ...

[6] $\sqrt[3]{١٢٨}$ = ...

اختصر لأبسط صورة

[1] $\sqrt[3]{٢٤} + \sqrt[3]{٣} - \sqrt[3]{٨١}$

الحل

[2] $\sqrt[3]{٥٤} + ٦\sqrt[3]{١٦} - ٦\sqrt[3]{\frac{١}{٤}}$

الحل

[3] $\sqrt[3]{٨١} + \sqrt{١٢} - ٢\sqrt[3]{٣} - ٢\sqrt{٣}$

الحل

[11]

مثال ٥ إذا كانت $س = \frac{٤}{\sqrt{٧} - \sqrt{٣}}$ ، $ص = \frac{٤}{\sqrt{٧} + \sqrt{٣}}$

أحسب قيمة س ص

الحل

مثال ٦ إذا كانت $س = \sqrt{٥} + \sqrt{٢}$ ، $ص = \sqrt{٥} - \sqrt{٢}$

أوجد في أبسط صورة $\frac{س + ص}{س ص - ١}$

الحل

مثال ٧ إذا كانت $س = \sqrt{٣} + \sqrt{٢}$ ، $ص = \frac{١}{\sqrt{٣} + \sqrt{٢}}$

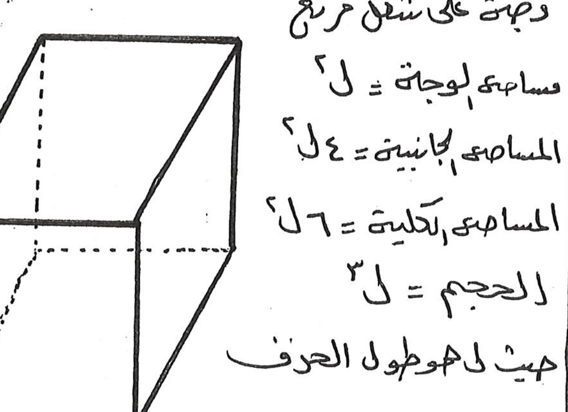
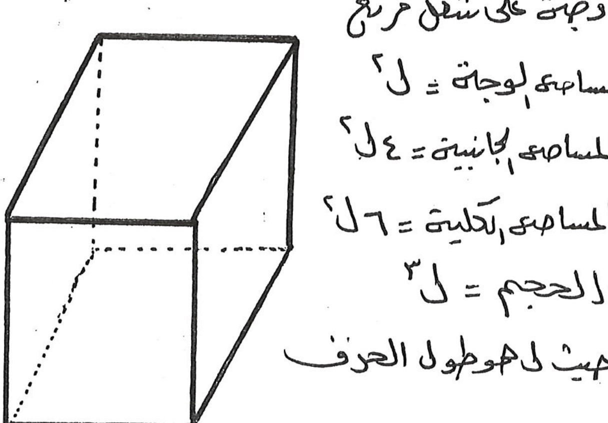
أثبت أن س ، ص عددان مترافقان

ثم أوجد قيمة $(س + ص)^٢$

الحل

تطبيقات على الأعداد الحقيقية

(١) المكعب: له ٨ رؤوس و ١٢ حرف و ٦ أوجه كل وجه على شكل مربع

مساحة الوجه = $ل^2$

المساحة الجانبية = ٤ $ل^2$

المساحة الكلية = ٦ $ل^2$

الحجم = $ل^3$

حيث ل هو طول الحرف

مثال ١ مكعب طول حرفه ٣ سم أوجد

(١) المساحة الجانبية = ...

(٢) المساحة الكلية = ...

(٣) الحجم = ...

مثال ٢ مكعب حجمه ١٢٥ $سم^3$ أوجد

(١) مساحته الجانبية = ...

(٢) مساحته الكلية = ...

مثال ٣ مكعب مساحته الجانبية ١٤٤ $سم^2$

أوجد

(١) حجمه = ...

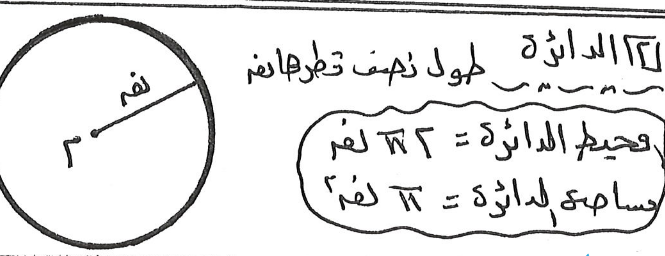
(٢) مساحته الكلية = ...

مثال ٤ مكعب مجموع حروفه ٤٨ سم أوجد

الحجم = ...

---

(٢) الدائرة طول نصف قطرها نق



محيط الدائرة = ٢ ط نق

مساحة الدائرة = ط $نق^2$

---

(١٢)

(٤) $٢ \sqrt[3]{٥٤} - ٥ \sqrt[3]{٢} + \sqrt[3]{١٦}$

الحل

---

(٥) أثبت أن — مهم جداً

$\sqrt[3]{١٢٨} + \sqrt[3]{١٦} - ٢ \sqrt[3]{٥٤} =$ صفر

الحل

---

(٦) $\sqrt[3]{٨١} + \sqrt[3]{-٢٤} - ٣ \sqrt[3]{\frac{١}{٩}}$

الحل

---

(٧) $\sqrt[3]{٥٤} + ٥ \sqrt[3]{١٦} + ٨ \sqrt[3]{-\frac{١}{٤}}$

الحل

---

(٨) $\sqrt[3]{٥} + \sqrt[3]{٥} =$ ....

(٩) $٢ \sqrt[3]{٢} + \sqrt[3]{١٦} =$ .....

(١٠) $\sqrt[3]{٥٤} + \sqrt[3]{-٢} =$ .....

(١١) $\sqrt[3]{٥٤} - \sqrt[3]{-١٦} = \sqrt[3]{......}$

[13]

(مثال ١) دائرة طول نصف قطرها ٥ سم

أوجد [١] محيطها = ...

[٢] مساحتها = ...

(مثال ٢) دائرة محيطها ٤٤ سم أوجد مساحتها ؟

الحل

(مثال ٣) دائرة مساحتها ٣٨,٥ سم² أوجد طول قطرها ؟

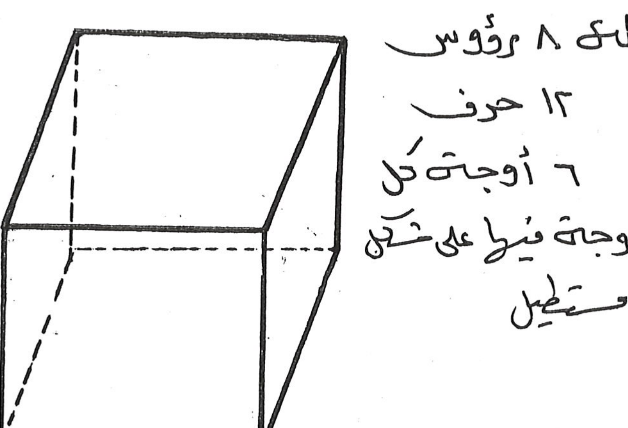
الحل

(مثال ٤) دائرة طول قطرها ١٤ سم أوجد

[١] محيطها = ...

[٢] مساحتها = ...

[٣] متوازي المستطيلات



له ٨ رؤوس
١٢ حرف
٦ أوجه كل وجه فيها على شكل مستطيل

المساحة الجانبية = محيط القاعدة × الارتفاع

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + ٢ × مساحة القاعدة

الحجم = مساحة القاعدة × الارتفاع

(مثال) متوازي مستطيلات أبعاده ٣ ، ٤ ، ٥ سم

أوجد

[١] مساحته الجانبية =

[٢] مساحته الكلية =

[٣] الحجم =

(مثال) متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل طول ضلعها ٥ سم وارتفاعه ٤ سم

أوجد [١] المساحة الجانبية =

[٢] المساحة الكلية =

[٣] الحجم =

[٤] الأسطوانة قاعدتها على شكل دائرة

[١] مساحتها الجانبية = محيط القاعدة × الارتفاع

$= 2 \pi نق ع$

[٢] مساحتها الكلية = المساحة الجانبية + ٢ × مساحة القاعدة

$= 2 \pi نق ع + 2 \pi نق^2$

[٣] الحجم = مساحة القاعدة × الارتفاع

$= \pi نق^2 \times ع$

مثال (1) أسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها 10 سم وطول نصف قطر قاعدتها 4 سم أوجد

[1] مساحتها الجانبية =

[2] الحجم =

مثال (2) أسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها 3 سم طول نصف قطر قاعدتها 5 سم أوجد

[1] مساحتها الجانبية

[2] الحجم

مثال (3) أسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها 10 سم وحجمها 1540 سم^3 أوجد طول قطر قاعدتها

الحل

مثال (4) أسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها 10 سم وحجمها 90 ط سم^3 أوجد مساحتها الجانبية

الحل

مثال (5) أيهما أكبر حجماً

أسطوانة دائرية قائمة نق = 7 سم ، ع = 10 سم

أم مكعب طول حرفه 11 سم

الحل

مثال (6) إذا كان ارتفاع أسطوانة دائرية قائمة يساوى طول نصف قطر قاعدتها أوجد ارتفاع الأسطوانة علماً بأن حجمها 72 ط سم^3

الحل

[14] الكرة

طول نصف قطرها نق

مساحتها = 4 ط نق^2

حجمها = $\frac{4}{3}$ ط نق^3

مثال (1) كرة طول نصف قطرها 5 سم أوجد

[1] مساحتها =

[2] حجمها =

مثال (2) كرة مساحتها 36 ط سم^2 أوجد حجمها

الحل

حل متباينات الدرجة الأولى في متغير واحد في ح

أوجد في ح مجموعة حل المتباينات

[1] ٢ س - ٣ ≥ ٧ ومثل الحل على خط الأعداد

الحل

[2] ٣ س - ٧ < ٥

الحل

[3] ٣ س - ١ > ٩

الحل

[4] ٢ - ٢ س ≤ -٦

الحل

[15]

مثال [3] كرة حجمها ٤١٨٨ سم^3 أوجد نصف قطرها

الحل

مثال [4] كرة حجمها ٥٦٢,٥ ط سم^3 أوجد قطرها

الحل

مثال [5] كرة من المعدن طول قطرها ٦ سم صهرت وحولت الى أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها ٣ سم احسب ارتفاع الأسطوانة

الحل

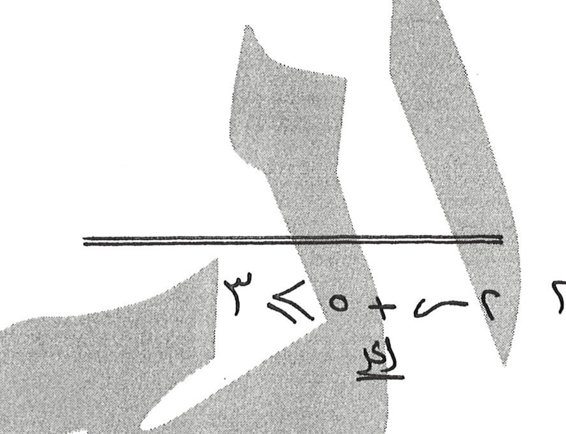
٥) ١ − ٥س < ٦

الحل

---

٦) ٢س + ٥ ≤ ٣

الحل



---

٧) س − ٢ ≥ ٣س − ٥

الحل

---

٨) −٣ < ٢س − ١ ≤ ٥

الحل

٩) −١ ≤ ٢س + ٣ < ١١

الحل

---

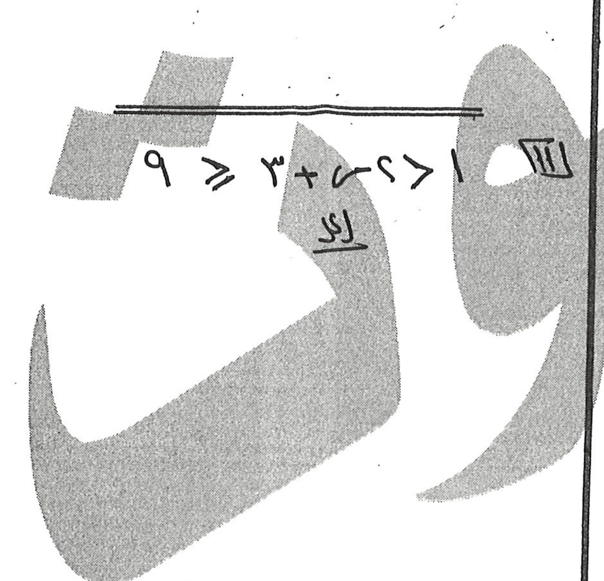
١٠) −٥ ≤ ٢س − ٣ ≤ ١

الحل

---

١١) ١ < ٢س + ٣ ≤ ٩

الحل



---

١٢) إذا كانت س ∈]٣ ، ∞[فإن ....

(أ) س < ٣　(ب) س ≤ ٣　(ج) س > ٣　(د) س ≥ ٣

١٣) مجموعة حل المتباينة س < ٧ في ح هي ......

(أ)]−٧ ، ∞[　(ب) [٧ ، ∞[　(ج)]٧ ، ∞[

١٤) مجموعة حل المتباينة −١ < س ≤ ٥ في ص هي ....

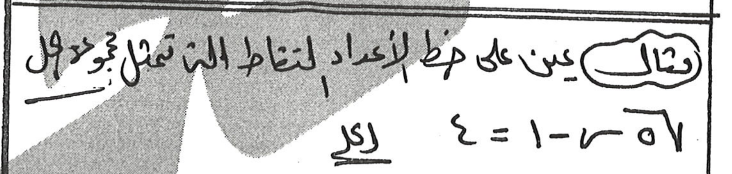
(أ)]−١ ، ٥[　(ب) {−١ ، ٥}　(ج)]−١ ، ٥]

١٥) مجموعة حل المتباينة −س > ٣ في ح هي ......

(أ) {−٣}　(ب)]٣ ، ∞[　(ج)]−∞ ، −٣[

مثال أوجد في ح مجموعة حل المعادلة $\sqrt{3}$ س − ١ = ٢ ومثل الحل على خط الأعداد

الحل



مثال بين على خط الأعداد النقاط التي تمثل مجموعة الحل $\sqrt{5}$ س − ١ = ٤

الحل

أكمل

١) مجموعة حل المتباينة س ≥ ٣ في ط هي ....

٢) مجموعة حل المتباينة ٣س > ٦ في ح هي ....

٣) مجموعة حل المعادلة $س^2$ + ٩ = ٠ في ح هي ....

٤) $\sqrt{7}$ .... ٣ [> ، < ، = ، ≥]

٥) مربع طول ضلعه $\sqrt{5}$ سم تكون مساحته = ... سم²

٦) مجموعة حل المعادلة $س^2$ + ٤ = ٠ في ح هي ....

٧) مجموعة الحل في ح للمعادلة $\sqrt{2}$ س − ١ = ٣ هي ....

٨) مجموعة حل المتباينة س < ٠ في ح هي ....

* ح+ * ح− * ح * ∅

العلاقة بين متغيرين

الزوج المرتب (س ، ص) يعبر عن نقطة في المستوى الإحداثي

لاحظ النقطة (٢ ، ٤) س = ٢ ، ص = ٤

(٢ ، ٤) ≠ (٤ ، ٢)

ص، س، ص'، س'، (٢ ، ٤)

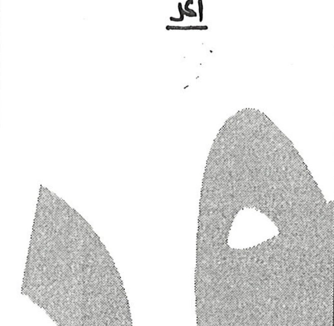
مثال ١ أوجد ثلاثة أزواج مرتبة تحقق العلاقة

١) س + ص = ٥

الحل

٢) ٢س + ص = ٨

الحل



مثال ٢ إذا كان (−٢ ، ١) يحقق العلاقة ٣س + ب ص = ١ أوجد قيمة ب

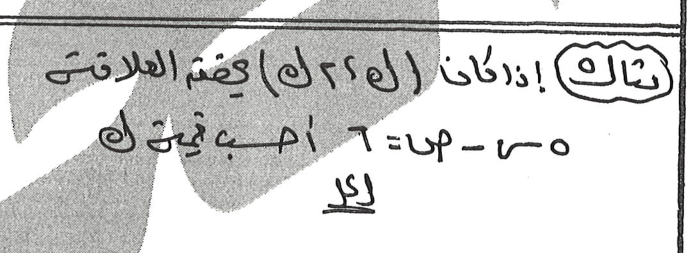
الحل

مثال ٣ إذا كان (٣ ، ٦) تحقق العلاقة ص = ك س أوجد ك

الحل

مثال ٤ إذا كان (-١، ٥) يحقق العلاقة
٣س + ك ص = ٧ أحسب قيمة ك

الحل

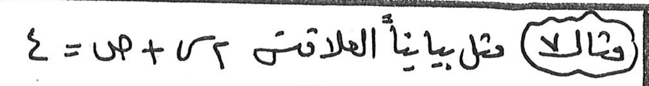


مثال ٥ إذا كان (ك، ٢ك) يحقق العلاقة
٥س - ص = ٦ احسب قيمة ك

الحل

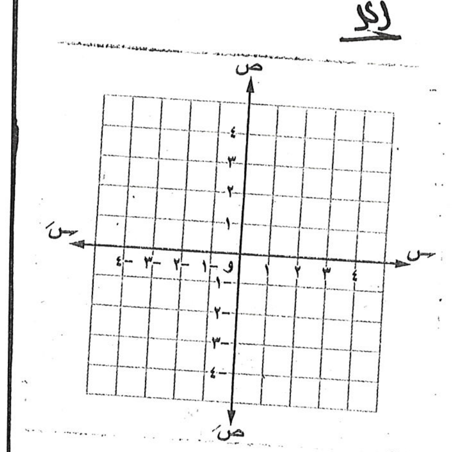
مثال ٦ إذا كان (ك، ٢ك) تحقق العلاقة
س + ص = ١٠ أوجد قيمة ك

الحل



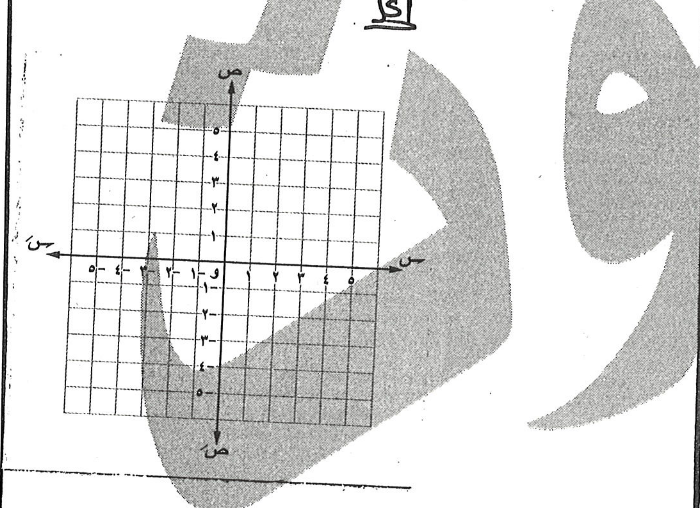
مثال ٧ مثل بيانياً العلاقة ٢س + ص = ٤

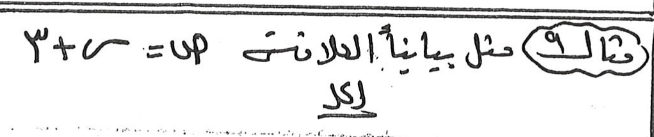
الحل



مثال ٨ مثل بيانياً العلاقة ص - ٣س = ١

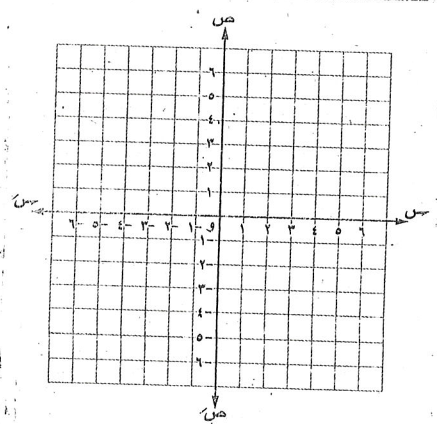
الحل





مثال ٩ مثل بيانياً العلاقة ص = س + ٣

الحل



19

ميل الخط المستقيم

ميل الخط المستقيم المار بالنقطتين

أ(س١، ص١) ، ب(س٢، ص٢)

الميل = $\frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$ = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$

مثال ١ أوجد ميل الخط المستقيم المار بالنقطتين

أ(٢، ٤) ب(٤، ٥)

ميل أب = ―――― =

مثال ٢ أوجد ميل الخط المستقيم المار بالنقطتين

أ(١، ٣) ب(٤، ٢)

ميل أب =

مثال ٣ أوجد ميل الخط المستقيم المار بالنقطتين

س(-٢، -٣) ص(-٤، ١)

ميل س ص = ―――― =

مثال ٤ أوجد ميل الخط المستقيم المار بالنقطتين

س(٣، ١) ص(-١، ٠)

ميل س ص = ――――

مثال ٥ أثبت أن النقاط

أ(٢، ٣) ب(٤، ٢) حـ(٨، ٠) تقع على استقامة واحدة

الحل

مثال ٦ أثبت أن النقاط

أ(١، ١) ب(٣، ٢) حـ(-٣، -٣)

تقع على استقامة واحدة

الحل

مثال ٧ أثبت أن النقاط

أ(٤، -٣) ب(-٦، ٧) حـ(٥، -٤)

تقع على استقامة واحدة

الحل

مثال ٧ أوجد ميل المستقيم أب حيث

أ(-١، ٣) ب(٢، ٥) هل النقطة حـ(٨، ١١) تقع عليه

الحل

مثال ٨ في الشكل المقابل

أوجد ميل المستقيم ل

٢٠

مثال ٩ الشكل المقابل يوضح سيارة تحركت من أ الى ب

ف المسافة بالكم ، ن الزمن بالساعات أوجد

[١] سرعة السيارة

[٢] المسافة التى تبعدها السيارة بعد مرور ٣ ساعات من بداية الحركة

الحل

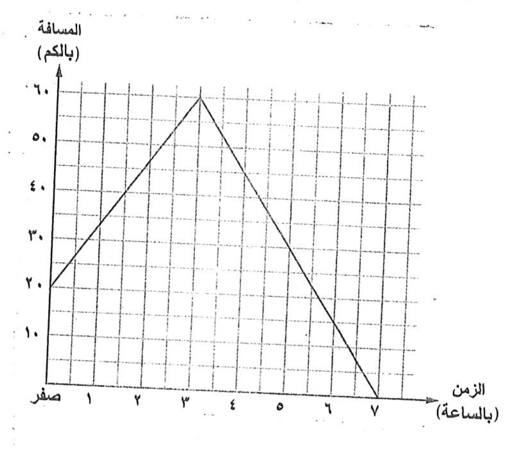
ف (بالكيلومتر) ٣٠٠ ، ٢٥٠ ، ٢٠٠ ، ١٥٠ ، ١٠٠ ، ٥٠ — صفر ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ن (بالساعة)

مثال ١٠ الشكل المقابل يمثل حركة دراجة

[١] أوجد سرعتها خلال الثلاث ساعات الأولى

[٢] أوجد سرعتها خلال الأربع ساعات التالية

[٣] أوجد المسافة الكلية التى تحركتها الدراجة



الإحصاء

من مقاييس النزعة المركزية

الوسط الحسابى ، الوسيط ، المنوال

[١] الوسط الحسابى

$$\text{الوسط الحسابى} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$$

أكمل

[١] الوسط الحسابى للقيم ٥ ، ١٢ ، ١٧ ، ٦ هو ....

[٢] الوسط الحسابى للقيم ٣ ، ٤ ، ٧ ، ٦ هو ....

[٣] الوسط الحسابى للقيم ٨ ، ٦ ، ٣ ، ٧ ، ١٢ هو ....

[٤] الوسط الحسابى للقيم ٦ ، ٥ ، ٢ ، س هو ٥ فإن س = ...

[٥] الوسط الحسابى للقيم ٤ ، ٦ ، ٨ ، س هو ٥ فإن س = ...

مثال من الجدول التكرارى الآتى أحسب الوسط الحسابى

المجموعات	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	المجموع
التكرار	٤	٥	٨	٧	٦	٣٠

الحل

$$\text{مركز المجموعة} = \frac{\text{الحد الأدنى} + \text{الحد الأعلى}}{٢}$$

مركز المجموعة س	التكرار ك	س × ك
المجموع		

الوسط = ——

= ......

[٢]

مثال ٢ أوجد الوسط الحسابي

المجموعات	١-	٣-	٥-	٧-	٩-	المجموع
التكرار	٤	٦	٨	٧	٥	٣٠

الحل

م	ك	م × ك
المجموع		

الوسط = ——

مثال ٣ أوجد قيمة ك ، ع ثم احسب الوسط الحسابي

المجموعات	٥-	١٥-	ع	٣٥-	٤٥-	المجموع
التكرار	٤	٥	٦	ك	٢	٣٠

مثال ٤ أوجد الوسط الحسابي

المجموعات	١٥-	٢٥-	٣٥-	٤٥	٥٥	المجموع
التكرار	٣	٥	٧	٤	١	٢٠

مثال ٥ أوجد الوسط الحسابي

المجموعات	١٠-	٢٠-	٣٠-	٤٠-	٥٠-	المجموع
التكرار	١٠	٢٠	٢٥	٣٠	١٥	١٠٠

[٣] المنوال : هو القيمة الأكثر شيوعاً أو تكراراً

مثال ١ أكمل

[١] المنوال لمجموعة القيم ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٢ هو ------

[٢] المنوال للقيم ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٤ ، ٥ ، ٤ هو -----

[٣] المنوال للقيم ٧ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٧ ، ٣ ، ٧ هو ----

[٤] إذا كان المنوال للقيم ٢ ، ٣ ، ٥ ، م هو ٢ فإن م = -------

[٥] إذا كان المنوال للقيم ٤ ، ٥ ، م+٣ ، ٢ هو ٤ فإن م = -----

[٦] إذا كان المنوال للقيم ٣ ، ٤ ، ٢ ، ٢م هو ٤ فإن م = ----

[٧] إذا كان المنوال للقيم ٦ ، ٢ ، م-٢ هو ٦ فإن م = ----

مثال ١ أوجد المنوال للتوزيع التكراري

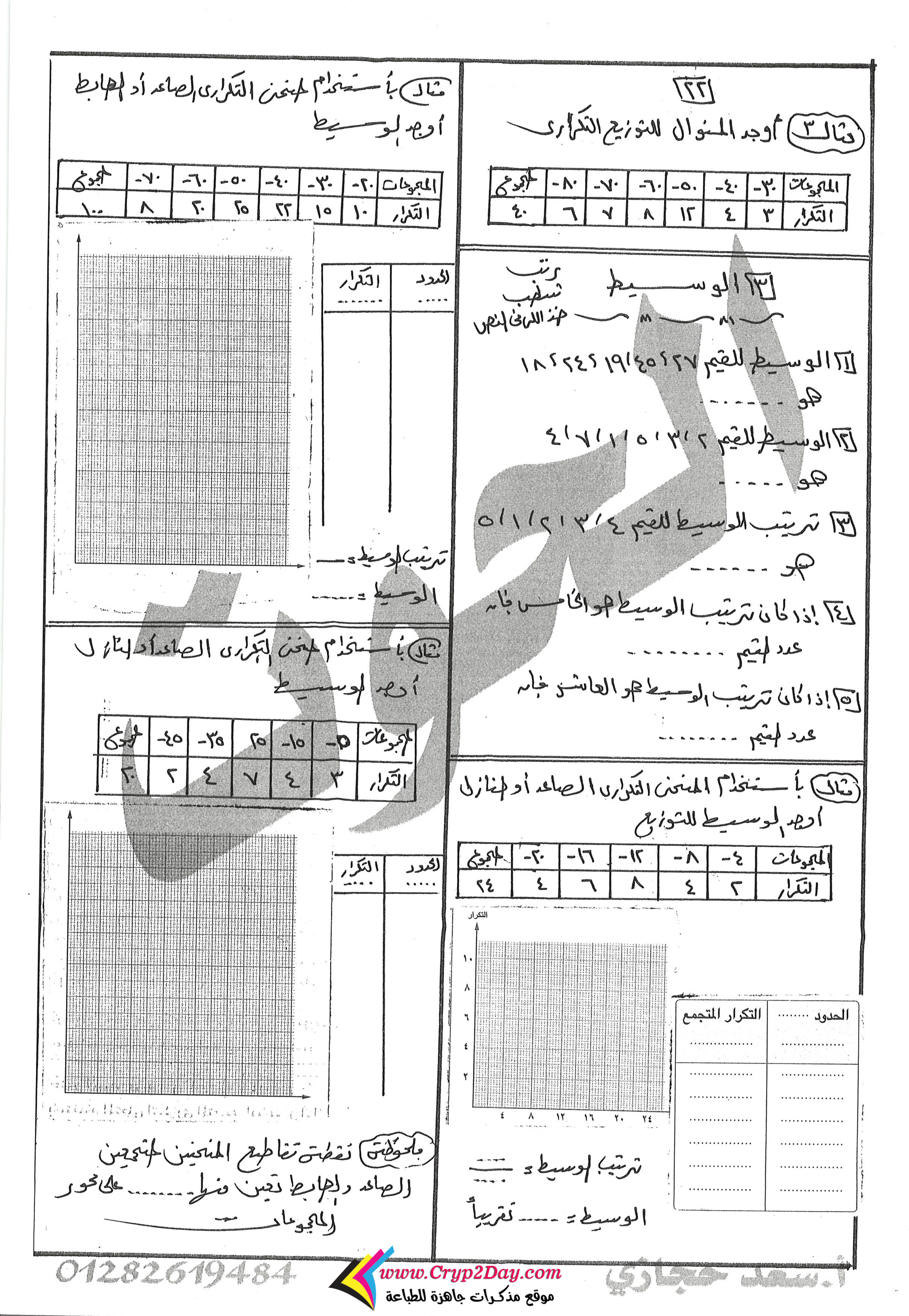
المجموعات	٢-	٤-	٦-	٨-	١٠-	المجموع
التكرار	٣	١٠	١٢	١٠	٥	٤٠

التكرار
١٢
١٠
٨
٦
٤
٢
المجموعات
٢ ٤ ٦ ٨ ١٠ ١٢

مثال ٢ أوجد الدرجة المنوالية

المجموعات	١٠-	٢٠-	٣٠-	٤٠-	٥٠-	المجموع
التكرار	١٦	٢٤	٣٠	٢٠	١٠	١٠٠





مثال ٣ أوجد المنوال للتوزيع التكراري

المجموعات	٣٠-	٤٠-	٥٠-	٦٠-	٧٠-	٨٠-	المجموع
التكرار	٣	٤	١٢	٨	٧	٦	٤٠

٣ الوسيط

رتب تصاعدي / تنازلي
خذ اللي في المنتصف

١) الوسيط للقيم ٢٧، ٤٥، ١٩، ٢٤، ١٨

هو ....

٢) الوسيط للقيم ٢، ٣، ٥، ١، ١، ٧، ٤

هو ....

٣) ترتيب الوسيط للقيم ٤، ٣، ٢، ١، ١، ٥

هو ....

٤) إذا كان ترتيب الوسيط هو الخامس فإن عدد القيم ....

٥) إذا كان ترتيب الوسيط هو العاشر فإن عدد القيم ....

مثال باستخدام المنحنى التكراري الصاعد أو النازل أوجد الوسيط للتوزيع

المجموعات	٤-	٨-	١٢-	١٦-	٢٠-	المجموع
التكرار	٢	٤	٨	٦	٤	٢٤

الحدود	التكرار المتجمع
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....

ترتيب الوسيط = ...

الوسيط = ... تقريباً

مثال باستخدام المنحنى التكراري الصاعد أو الهابط أوجد الوسيط

المجموعات	٢٠-	٣٠-	٤٠-	٥٠-	٦٠-	٧٠-	المجموع
التكرار	١٠	١٥	٢٢	٢٥	٢٠	٨	١٠٠

الحدود	التكرار
......	......

ترتيب الوسيط = ...

الوسيط = ...

مثال باستخدام المنحنى التكراري الصاعد أو النازل أوجد الوسيط

المجموعات	٥-	١٥-	٢٥	٣٥-	٤٥-	المجموع
التكرار	٣	٤	٧	٤	٢	٢٠

الحدود	التكرار
......	......

ملحوظة: نقطة تقاطع المنحنيين المتجمعين الصاعد والهابط تعين نقطة .... على محور المجموعات

الهندسة

متوسطات المثلث

متوسط المثلث: هو القطعة المستقيمة المرسومة من أي رأس من رؤوس المثلث إلى منتصف الضلع المقابل لهذا الرأس

∵ د منتصف ب حـ ∴ ا د متوسط
∵ هـ منتصف ا ب ∴ حـ هـ متوسط
∵ و منتصف ا حـ ∴ ب و متوسط

ملحوظة أي مثلث له ٣ متوسطات

نظرية ١ متوسطات المثلث تتقاطع جميعاً في نقطة واحدة وهي م

نظرية ٢ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلاً منها بنسبة ١ : ٢ من جهة القاعدة وبنسبة ٢ : ١ من جهة الرأس

مثال ١ في كل الأشكال الآتية

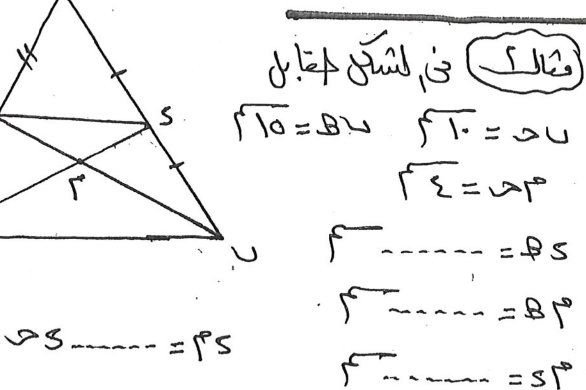
ا د ، حـ هـ متوسطان تقاطعا في م

م د = ... سم
م حـ = ... سم
ا م = ... ا د
هـ م = ... هـ حـ

ا د ، ب و ، حـ هـ ثلاث متوسطات تقاطعا في م

ا د = ٩ سم   حـ هـ = ١٢ سم
ب و = ١٥ سم

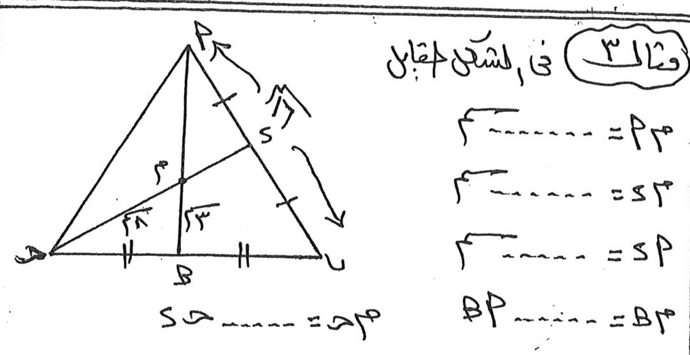
ب م = ...   م و = ...
هـ م = ...   م حـ = ...
ا م = ...   م د = ...



مثال ٢ في الشكل المقابل

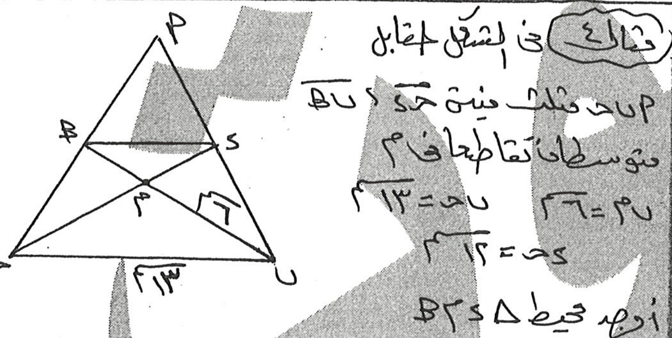
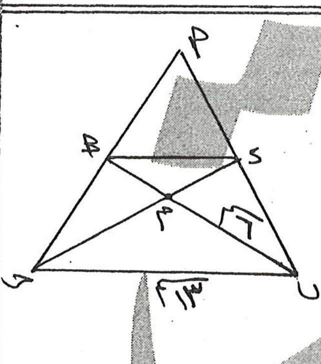
ب حـ = ١٠ سم   ب هـ = ١٥ سم
م حـ = ٤ سم

د هـ = ... سم
م هـ = ... سم
م د = ... سم
ا د = ... د حـ



مثال ٣ في الشكل المقابل

م ا = ... سم
م د = ... سم
ا د = ... سم
م هـ = ... ا هـ
م حـ = ... حـ د

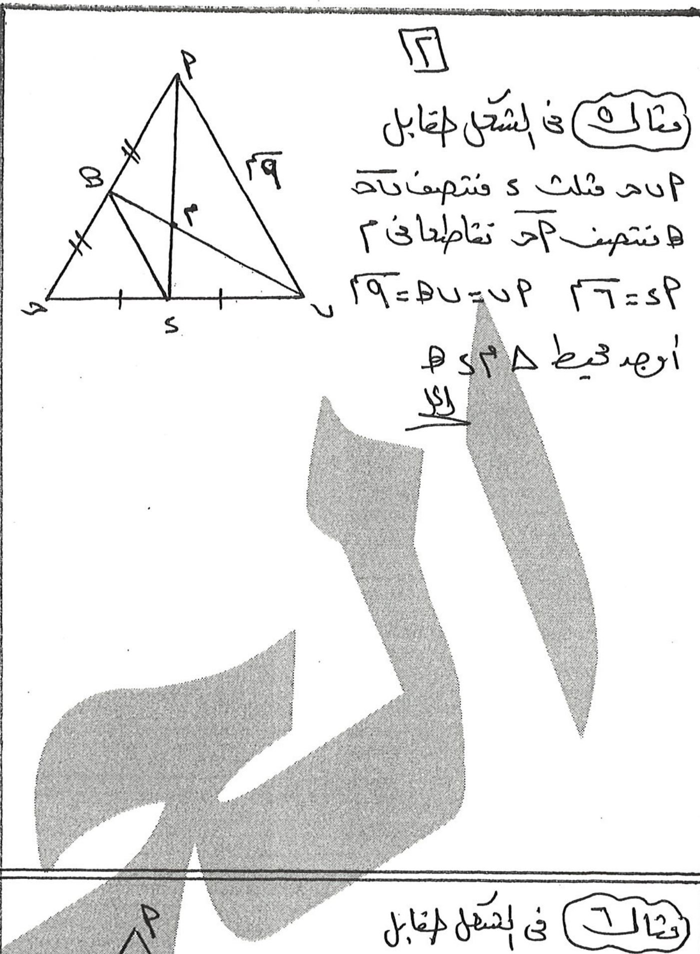



مثال ٤ في الشكل المقابل

ا ب حـ مثلث فيه حـ د ، ب هـ متوسطات تقاطعا في م
ب م = ٦ سم   ب حـ = ١٣ سم
د حـ = ١٢ سم
أوجد محيط Δ م د هـ

الحل

مثال ٥ في الشكل المقابل



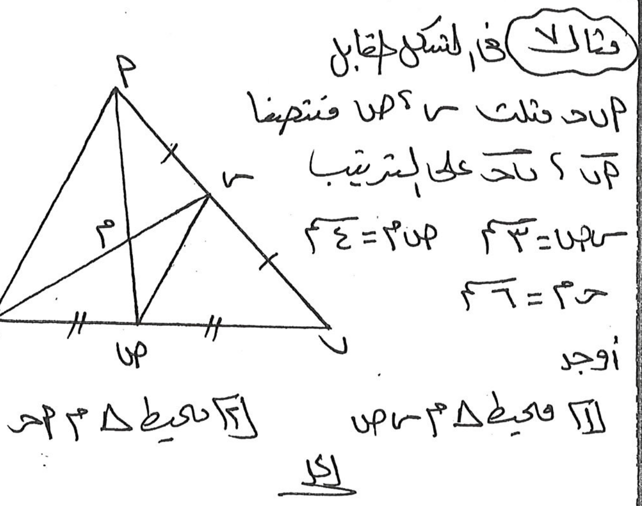
أ ب جـ مثلث د منتصف $\overline{ب جـ}$ ، هـ منتصف $\overline{أ جـ}$ تقاطعا في م

أ د = ٦ سم ، أ ب = ب هـ = ٩ سم

أوجد محيط △ م د هـ

الحل

مثال ٧ في الشكل المقابل



أ ب جـ مثلث س ، ص منتصفا $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ب جـ}$ على الترتيب

س ص = ٣ سم ، ص م = ٤ سم

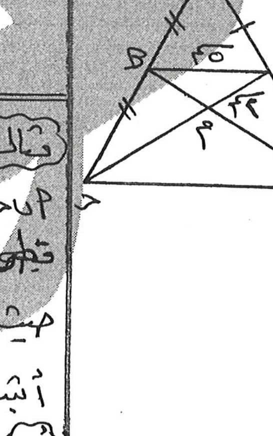
جـ م = ٦ سم

أوجد

(١) محيط △ م س ص   (٢) محيط △ م أ جـ

الحل

مثال ٦ في الشكل المقابل



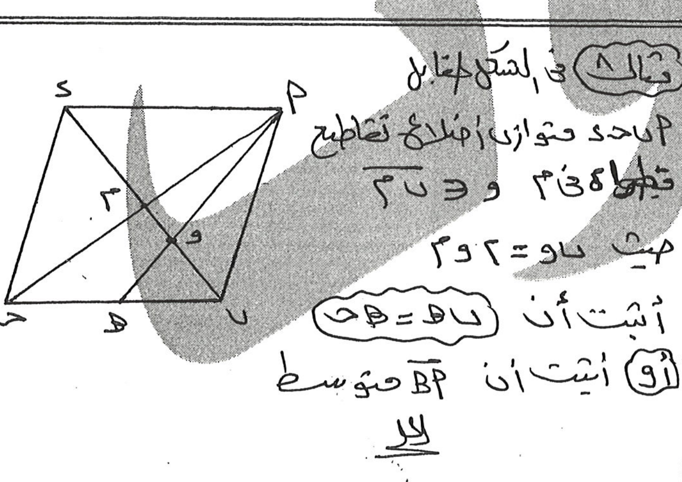
إذا كانت د ، هـ منتصفا $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ جـ}$ على الترتيب $\overline{ب هـ} \cap \overline{د جـ} = \{م\}$

د هـ = ٥ سم ، ب هـ = ٩ سم ، د م = ٣ سم

أحسب محيط △ ب م جـ

الحل

مثال ٨ في الشكل المقابل



أ ب جـ د متوازي أضلاع تتقاطع قطراه في م و ∈ $\overline{ب م}$

حيث ب و = ٢ و م

أثبت أن ب هـ = هـ جـ

أو أثبت أن $\overline{أ هـ}$ متوسط

الحل

مثال ٩ أ ب ج مثلث ، د منتصف ب ج ، م ∈ أ د بحيث أ م = ٢ م د ، رسم ج م يقطع أ ب في هـ إذا كان هـ ج = ١٢ سم أوجد طول هـ م

الحل

مثال ١٠ أكمل

١) متوسط المثلث هو ....

....

٢) عدد متوسطات المثلث المنفرج الزاوية ....

٣) عدد متوسطات المثلث الحاد الزوايا ....

٤) عدد متوسطات المثلث القائم الزاوية ....

٥) متوسطات المثلث تتقاطع في ....

٦) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلاً منها بنسبة ... : ..... من جهة القاعدة

٧) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلاً منها بنسبة ...... : ..... من جهة الرأس

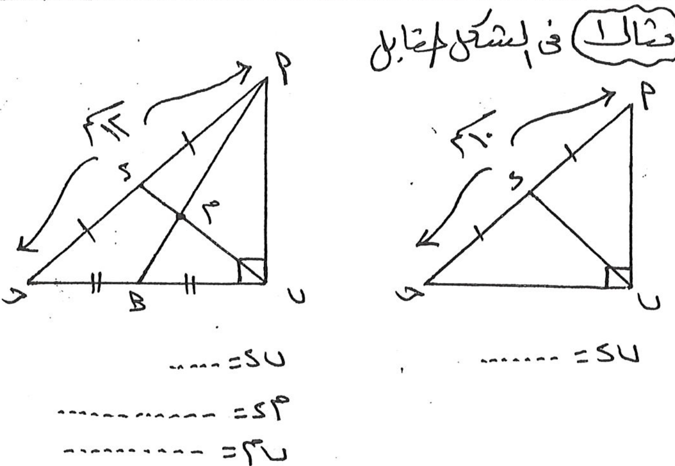
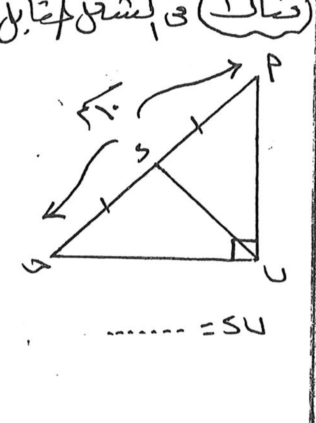
٨) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلاً منها بنسبة ٦ : ... من جهة الرأس

٩) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلاً منها بنسبة ١,٥ : ... من جهة الرأس

١٠) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلاً منها بنسبة ٤ : ... من جهة القاعدة.

نظرية ٣ طول المتوسط الخارج من رأس القائمة في المثلث القائم = ½ طول الوتر

مثال ١ في الشكل المقابل

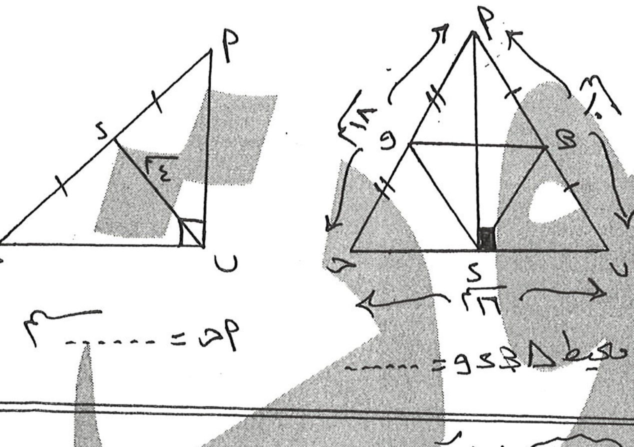
ب د = ...

ب د = ...

أ د = ...

ب م = ...

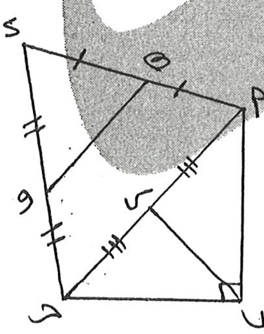
مثال ٢ في الشكل المقابل



أ ج = ... سم

محيط △ هـ د و = ...

مثال ٣ في الشكل المقابل



△ أ ب ج قائم في ب

م منتصف أ ج

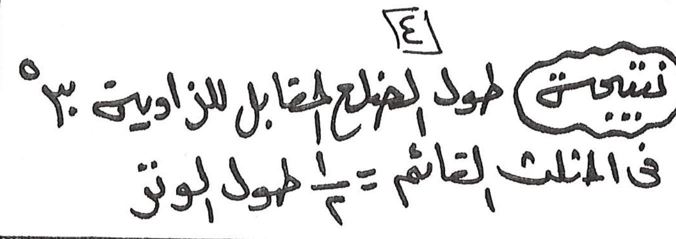
هـ منتصف أ د

و منتصف د ج

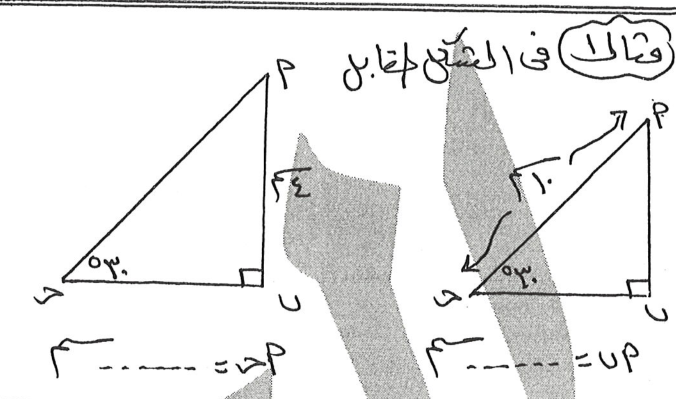
برهن أن

ب م = هـ و

الحل



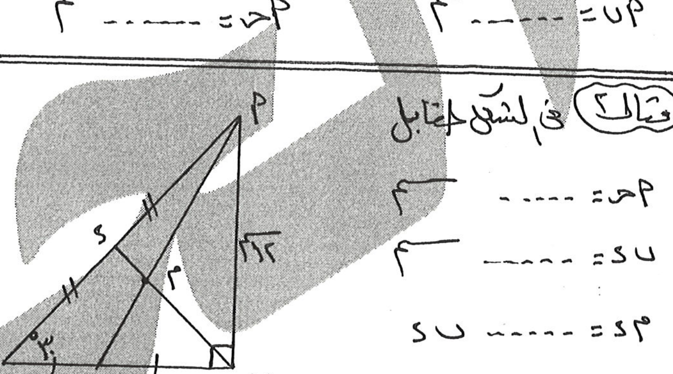
نتيجة: طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠° في المثلث القائم = ½ طول الوتر



مثال ١ في الشكل المقابل

أ ج = ... سم

أ ب = ... سم



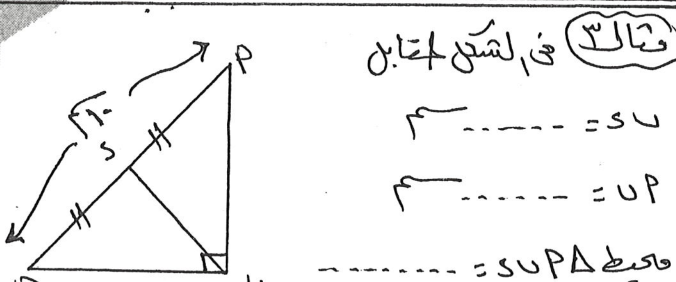
مثال ٢ في الشكل المقابل

أ ج = ... سم

ب د = ... سم

م د = ... ب د

م د = ... سم



مثال ٣ في الشكل المقابل

ب د = ... سم

أ ب = ... سم

محيط △أ ب د = ...

مثال ٤ في الشكل المقابل

س ص ع مثلث قائم في ص

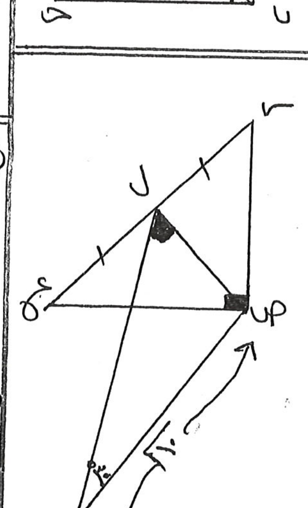
ل منتصف س ع

ص ل هـ مثلث قائم في ل

ص هـ = ١٠ سم ، ق(∠هـ) = ٣٠°

أوجد طول س ع

الحل



مثال ٥ في الشكل المقابل

△أ ب ج قائم في ب

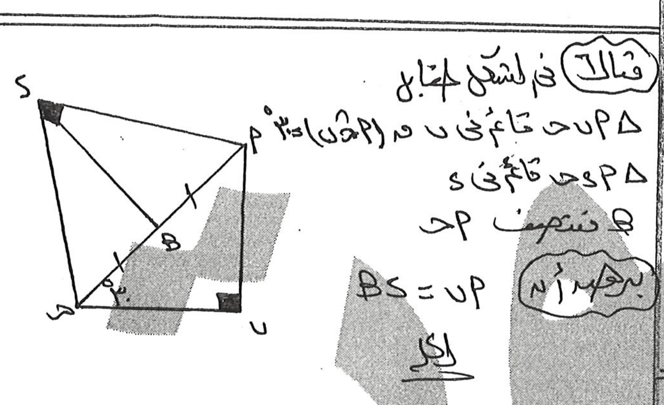
ق(∠ب ج أ) = ٣٠°

هـ ، و منتصفا أ د ، د ج

على الترتيب

أوجد طول أ ب

الحل



مثال ٦ في الشكل المقابل

△أ ب ج قائم في ب ، ق(∠أ ج ب) = ٣٠°

△أ د ج قائم في د

هـ منتصف أ ج

برهن أن أ ب = د هـ

الحل

مثال ٧ في الشكل المقابل

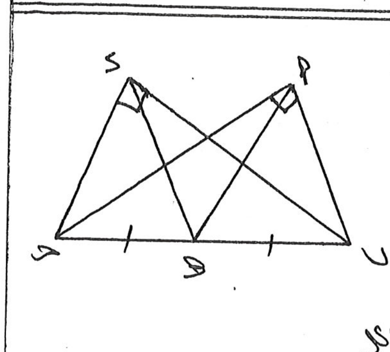
ق(∠ب أ ج) = ٩٠°

ق(∠ب د ج) = ٩٠°

هـ منتصف ب ج

برهن أن أ هـ = د هـ

الحل



[٥]

مثال ٨ في الشكل المقابل

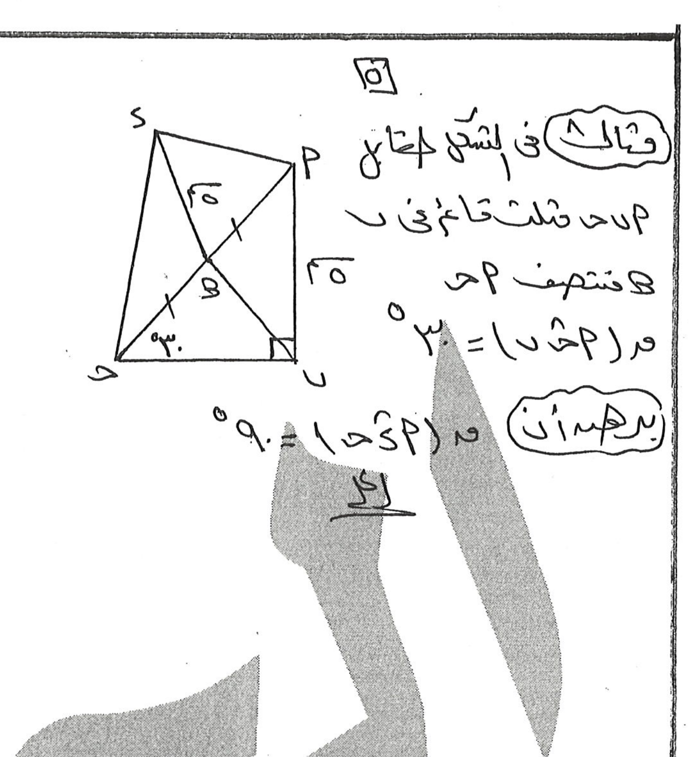
أ ب حـ مثلث قائم في ب

هـ منتصف أ حـ

ق(∠أ حـ ب) = ٣٠°

برهن أن ق(∠أ ء حـ) = ٩٠°

الحل



مثال ٩ في الشكل المقابل

أ ب حـ مثلث قائم في ب

ء منتصف $\overline{أحـ}$

$\overline{ءهـ}$ ⊥ $\overline{بحـ}$ ، أ ب = ٦ سم

ق(∠حـ) = ٣٠°

أوجد طول $\overline{بء}$ ، $\overline{ءهـ}$

الحل

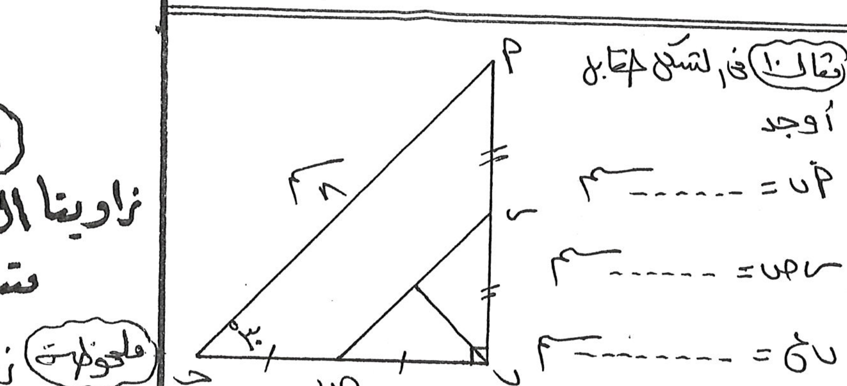
مثال ١٠ في الشكل المقابل

أوجد

أ ب = ... سم

ب م = ... سم

ب ن = ... سم



مثال ١١ أكمل

١ طول الضلع المقابل للزاوية ....° في المثلث القائم = ½ طول الوتر

٢ طول المتوسط الخارج من رأس الزاوية القائمة في المثلث القائم = ...

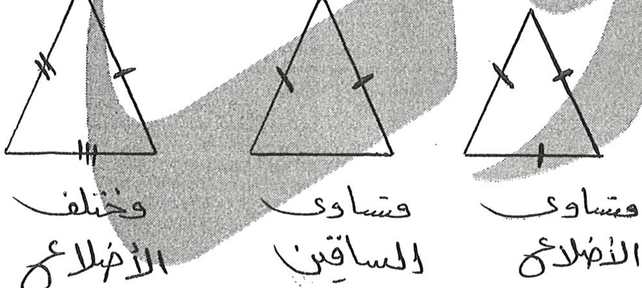
٣ طول الوتر في المثلث القائم = ... من الضلع المقابل للزاوية ٣٠°

٤ طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠° في المثلث القائم = ...

٥ إذا كان طول المتوسط الخارج من رأس زاوية في Δ تساوي نصف طول الضلع المقابل لهذه الرأس فإن الزاوية تكون ....

المثلث متساوي الساقين

ملحوظة أنواع المثلث بالنسبة للأضلاع



المثلث متساوي الساقين

زاوية الرأس

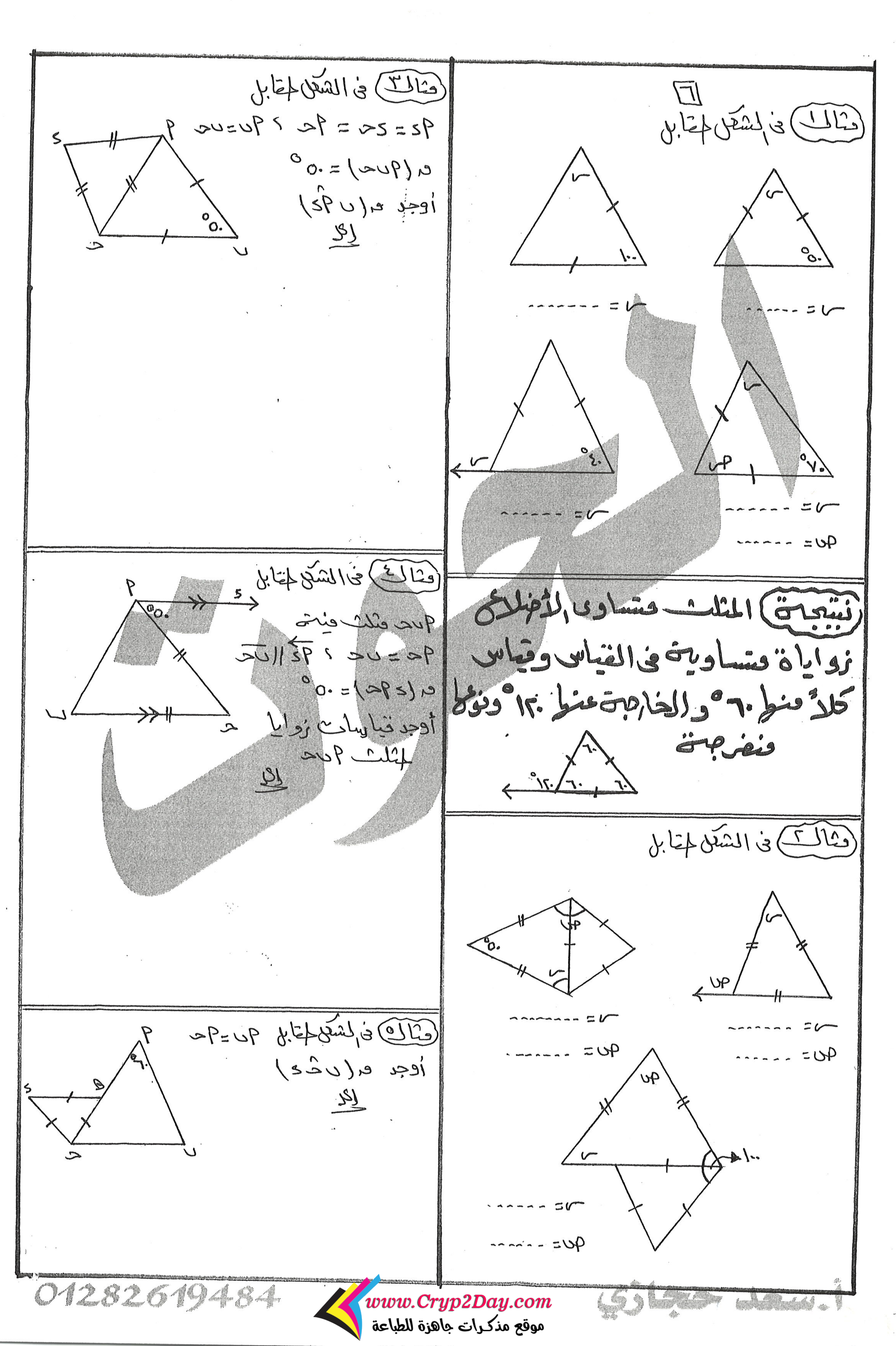
ساق ساق

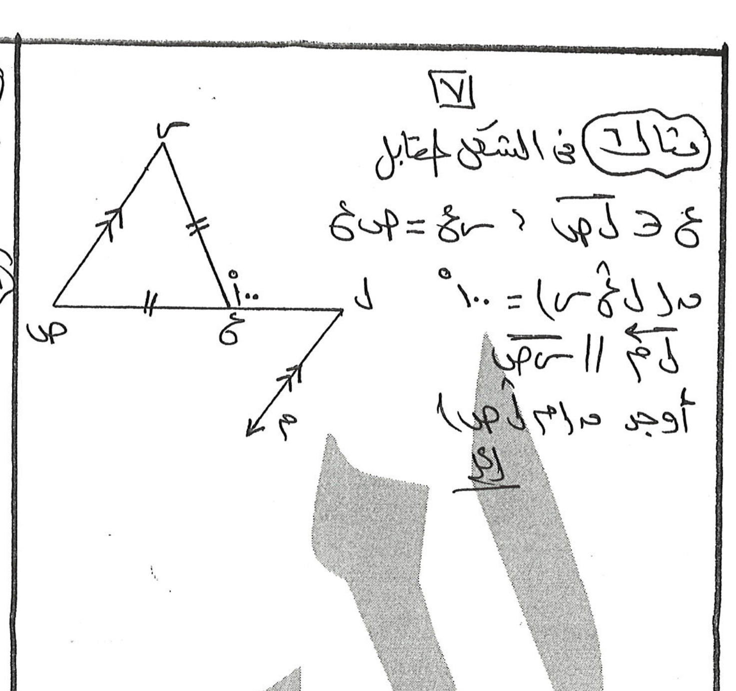
زاويتا القاعدة

نظرية (١١)

زاويتا القاعدة في المثلث متساوي الساقين متساويتان في القياس (متطابقتان)

ملحوظة زاويتا القاعدة في المثلث متساوي الساقين نوعهم حادتين


٦
مثال ١ في الشكل المقابل
س = ...
س = ...
س = ...
ص = ...
نتيجة المثلث متساوي الأضلاع زواياه متساوية في القياس وقياس كلاً منها ٦٠° والخارجة عنها ١٢٠° ونوطأ ونفرضها
مثال ٢ في الشكل المقابل
س = ...
ص = ...
س = ...
ص = ...
س = ...
ص = ...
مثال ٣ في الشكل المقابل
أ د = د حـ = أ حـ ، أ ب = ب حـ
ق (أ ب حـ) = ٥٠°
أوجد ق (ب أ د)
الحل
مثال ٤ في الشكل المقابل
أ ب حـ مثلث فيه
أ حـ = ب حـ ، أ د // ب حـ
ق (د أ حـ) = ٥٠°
أوجد قياسات زوايا المثلث أ ب حـ
الحل
مثال ٥ في الشكل المقابل أ ب = أ حـ
أوجد ق (ب هـ د)
الحل



سؤال ٦ في الشكل المقابل

ع ∈ $\overline{لص}$ ، س ع = ص ع

ق(∠ ل ع س) = ١٠٠°

$\overleftrightarrow{لم}$ ∥ $\overline{سص}$

أوجد ق(∠ م ل ص)

الحل

سؤال ٧ في الشكل المقابل

أ ب = أ ج ، ق(∠ ب أ ج) = ١٠٠°

$\overrightarrow{جد}$ ينصف ∠ ب ج أ ويقطع $\overline{أب}$ في د أوجد

[١] ق(∠ أ) = [٢] ق(∠ ب د ج)

الحل

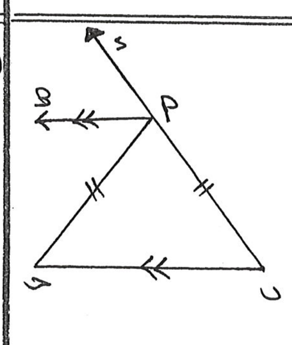
سؤال ٨ في الشكل المقابل

أ ∈ $\overrightarrow{بد}$ ، أ ب = أ ج

$\overrightarrow{أهـ}$ ∥ $\overline{بج}$

أثبت أن $\overrightarrow{أهـ}$ ينصف ∠ د أ ج

الحل



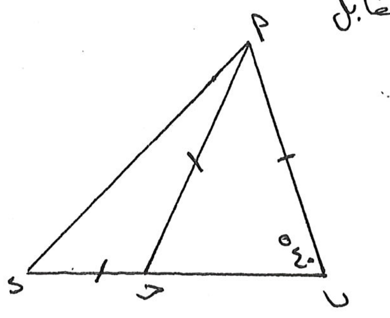
سؤال ٩ في الشكل المقابل

أ ب = أ ج = ج د

ق(∠ ب) = ٤٠°

أوجد ق(∠ ب أ د)

الحل



سؤال ١٠ في الشكل المقابل

أ ب ج مثلث فيه أ ب = أ ج

$\overline{بد}$ ≡ $\overline{هـج}$ أثبت أن

① △ أ د هـ متساوي الساقين

② ∠ أ د هـ ≡ ∠ أ هـ د

الحل

سؤال ١١ في الشكل المقابل

أ ب ج مثلث متساوي الأضلاع

د ب = د ج

ق(∠ ب د ج) = ١٠٠°

أوجد ق(∠ أ ب د)

الحل

عكس نظرية المثلث متساوي الساقين

نظرية (٢) في أي مثلث إذا وجدت زاويتان متساويتان في القياس كان المثلث متساوي الساقين

مثال ١ في الشكل المقابل
ق(∠أ) = ٧١° ق(∠ب) = ٣٨°
أثبت أن Δ أ ب ح متساوي الساقين
الحل

مثال ٢ في الشكل المقابل
د ∈ ح ب ، ق(∠أ ب د) = ١١٥°
ق(∠أ) = ٧٠°
أثبت أن Δ أ ب ح متساوي الساقين
الحل

مثال ٣ في الشكل المقابل
أ د = أ هـ د هـ // ب ح
أثبت أن Δ أ ب ح متساوي الساقين
الحل

مثال ١٢ أكمل

[١] في المثلث متساوي الساقين زاويتا القاعدة ....

[٢] في المثلث متساوي الساقين إذا كان قياس زاوية الرأس ١٠٠° فإن قياس إحدى زاويتا القاعدة = ...°

[٣] في المثلث متساوي الساقين إذا كان قياس زاوية الرأس ١٢٠° فإن قياس إحدى زاويا القاعدة = ...°

[٤] في المثلث متساوي الساقين إذا كان قياس إحدى زوايا القاعدة ٥٠° فإن قياس زاوية الرأس = ...°

[٥] Δ أ ب ح فيه أ ب = أ ح ، ق(∠ب) = ٧٠° فإن ق(∠أ) = ...°

[٦] Δ أ ب ح فيه أ ب = أ ح ، ق(∠أ) = ١٠٠° فإن ق(∠ب) = ...°

[٧] المثلث متساوي الساقين زاويتا القاعدة نوعهم ....

[٨] المثلث متساوي الأضلاع قياس إحدى زواياه الداخلة = ...° والخارجة عنه = ...° ونوعها ....

[٩] Δ س ص ع فيه س ص = ص ع = ع س فإن ق(∠س) = ...°

[١٠] Δ أ ب ح قائم في أ ، أ ب = أ ح فإن ق(∠ب) = ...°

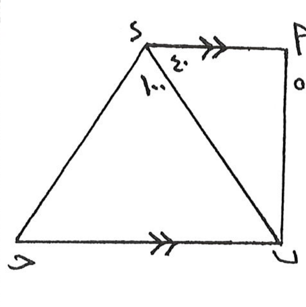
[١١] إذا كان قياس إحدى زاويتا القاعدة في المثلث متساوي الساقين = ٣٠° كان المثلث ....

[١٢] في Δ س ص ع إذا كان س ص = س ع فإن الزاوية الخارجة عند الرأس س نوعها ....

[١٣] أوجد قيمة س = ...

(٣س − ١٧) (٢س + ١٣)

مثال ٤ في الشكل المقابل



$\overline{أد}$ // $\overline{بجـ}$ ، ق(∠أدب) = ٤٠°

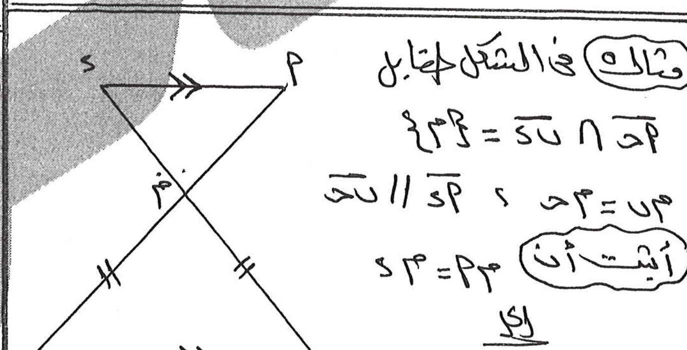
ق(∠بدجـ) = ١٠٠°

أثبت أن

Δ دبجـ متساوي الساقين

الحل

مثال ٥ في الشكل المقابل



$\overline{أجـ}$ ∩ $\overline{بد}$ = {م}

$\overline{أد}$ // $\overline{بجـ}$ ، مب = مجـ

أثبت أن مأ = مد

الحل

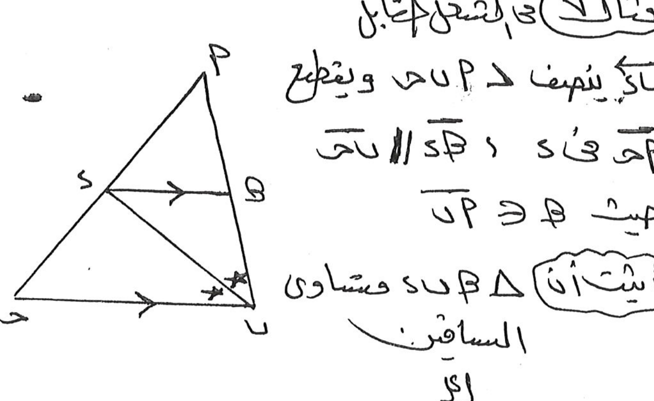
مثال ٦ أبجـ مثلث فيه د ∈ $\overline{أب}$ ، هـ ∈ $\overline{بجـ}$

بحيث كان بد = بهـ إذا كان $\overline{دهـ}$ // $\overline{أجـ}$

أثبت أن أب = بجـ

الحل

مثال ٧ في الشكل المقابل



$\overrightarrow{بد}$ ينصف ∠أبجـ ويقطع

$\overline{أجـ}$ في د ، $\overline{هـد}$ // $\overline{بجـ}$

حيث هـ ∈ $\overline{أب}$

أثبت أن Δ هـبد متساوي

الساقين

الحل

مثال ٨ في الشكل المقابل

أبجـ مثلث متساوي

الأضلاع و ∈ $\overleftrightarrow{أجـ}$

د ∈ $\overleftrightarrow{بجـ}$ ق(∠دوجـ) = ٣٠°

أثبت أن Δ دجـو متساوي الساقين

الحل

ملحوظة المثلث متساوي الساقين إذا وجدت فيه زاوية قياسها ٦٠° يتحول إلى مثلث متساوي الأضلاع

[١٠]

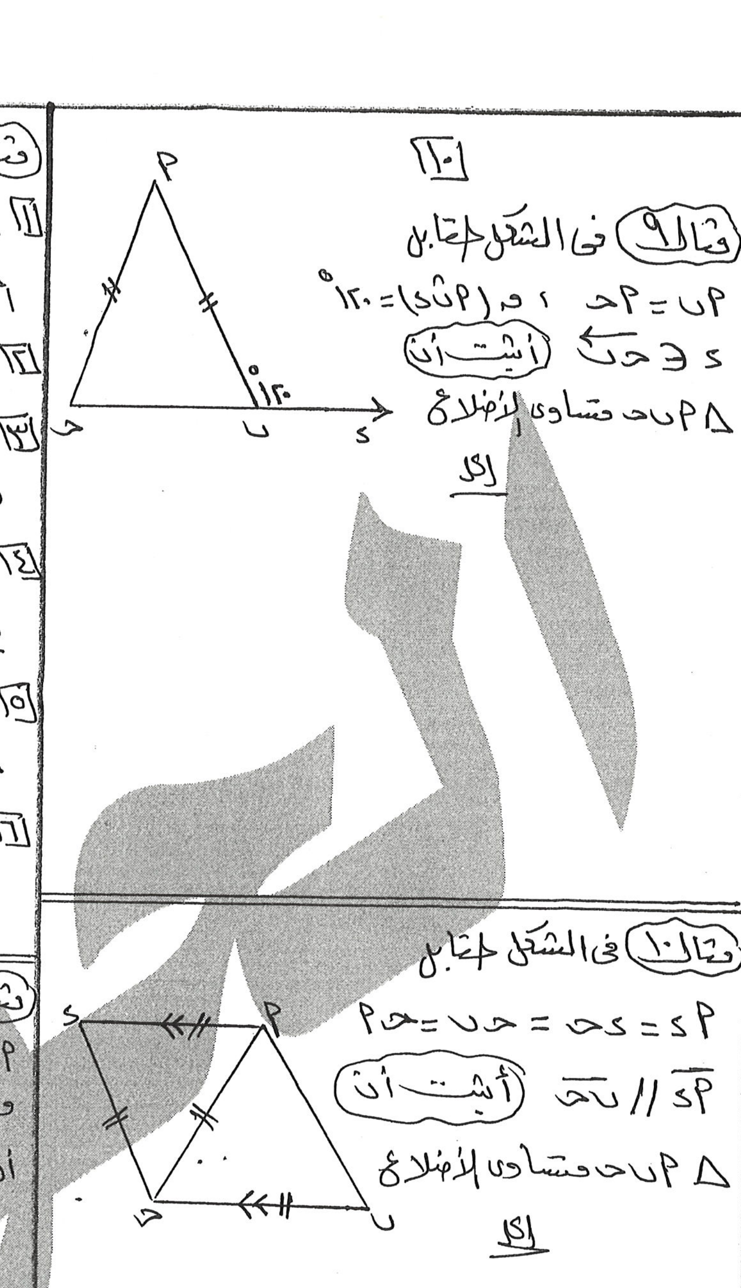
سؤال ٩ في الشكل المقابل

$ab = ac$ ، $m(\angle abd) = 120°$

$d \in \overleftarrow{cb}$ أثبت أن

$\triangle abc$ متساوي الأضلاع

الحل



سؤال ١٠ في الشكل المقابل

$ad = dc = cb = ba$

$\overline{ad} \parallel \overline{bc}$ أثبت أن

$\triangle abc$ متساوي الأضلاع

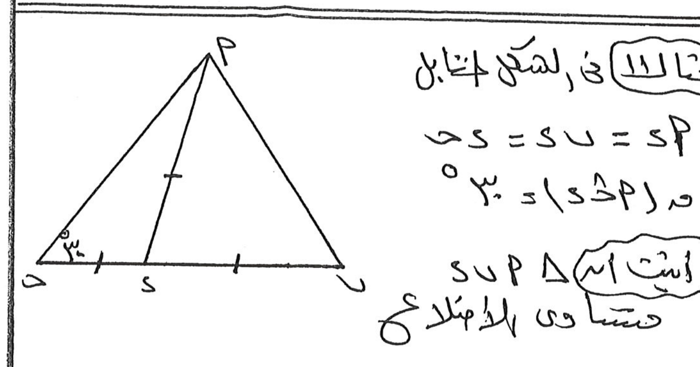
الحل

سؤال ١١ في الشكل المقابل

$ad = bd = dc$

$m(\angle adc) = 30°$

أثبت أن $\triangle abd$ متساوي الأضلاع



سؤال ١٢ أكمل

[١] إذا تطابقت زاويتان في مثلث فإن الضلعين المقابلين لهاتين الزاويتين يكونا ....

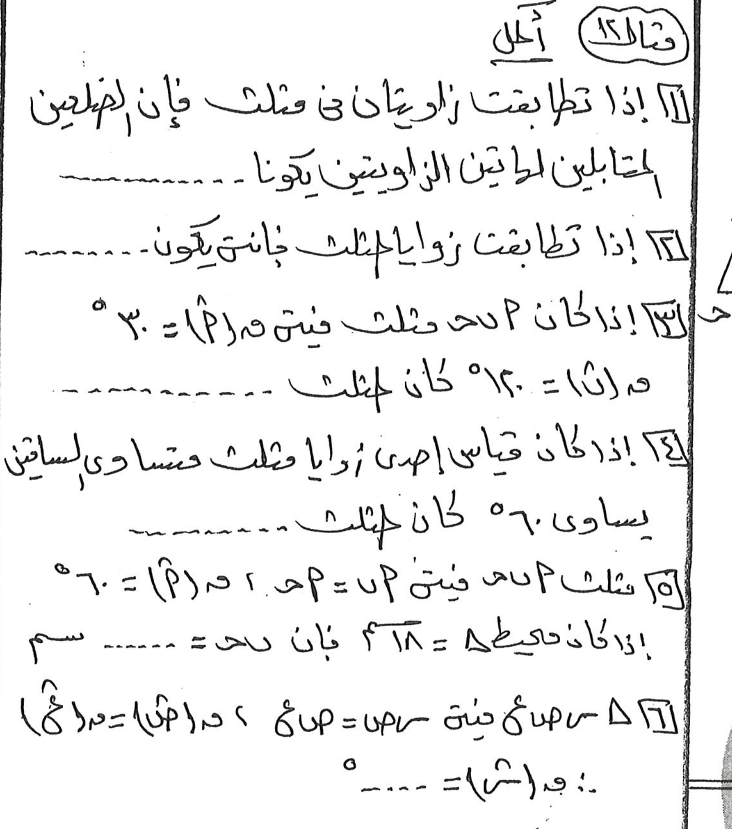
[٢] إذا تطابقت زوايا المثلث كانت يكون ....

[٣] إذا كان abc مثلث فيه $m(\angle a) = 30°$ ، $m(\angle b) = 120°$ كان المثلث ....

[٤] إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث متساوي الساقين يساوي $60°$ كان المثلث ....

[٥] مثلث abc فيه $ab = ac$ ، $m(\angle a) = 60°$ إذا كان محيط $\triangle = 18$ سم فإن $bc = $ ...... سم

[٦] $\triangle$ س ص ع فيه س ص = ص ع ، $m(\angle$ س$) = m(\angle$ ع$)$ ∴ $m(\angle$ س$) = $ ...... °

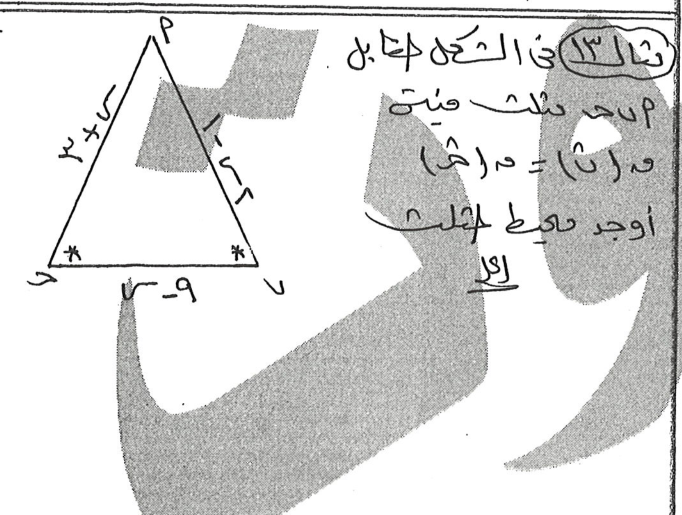


سؤال ١٣ في الشكل المقابل

abc مثلث فيه $m(\angle b) = m(\angle c)$

أوجد محيط المثلث

الحل

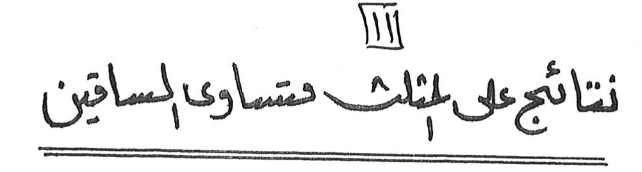


سؤال ١٤ في الشكل المقابل

أكتب أضلاع المثلث متساوية في الطول

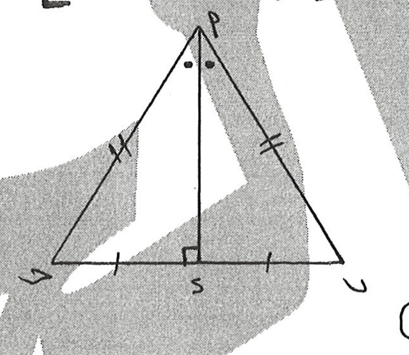
الحل

[11]



نتائج على المثلث متساوي الساقين

متوسط المثلث الخارج من رأس المثلث متساوي الساقين
[ينصف زاوية الرأس ، عمودي على القاعدة وينصف القاعدة]



مثال 1

[1] متوسط المثلث متساوي الساقين الخارج من الرأس ينصف القاعدة و .... و ....

[2] منصف زاوية رأس المثلث متساوي الساقين ....

[3] المستقيم المرسوم من رأس المثلث متساوي الساقين عمودي على القاعدة ....

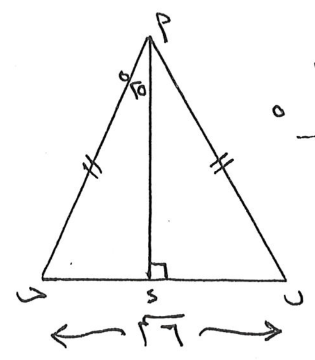
مثال 2 في الشكل المقابل

أ ب جـ مثلث متساوي الساقين
حيث أ ب = أ جـ
د ∈ ب جـ بحيث أ د ⊥ ب جـ
ق(∠جـ أ د) = 28° ، ب د = 3 سم

أوجد [1] ق(∠ب أ جـ) [2] طول ب جـ

الحل

مثال 3 في الشكل المقابل

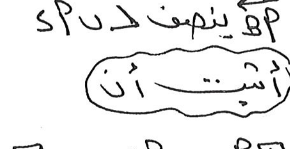


أ ب = أ جـ ، أ د ⊥ ب جـ

أوجد [1] ق(∠ب أ د) = ...°
[2] ق(∠ب أ جـ) = ...°
[3] ق(∠ب) = ...°
[4] ب د = ... سم

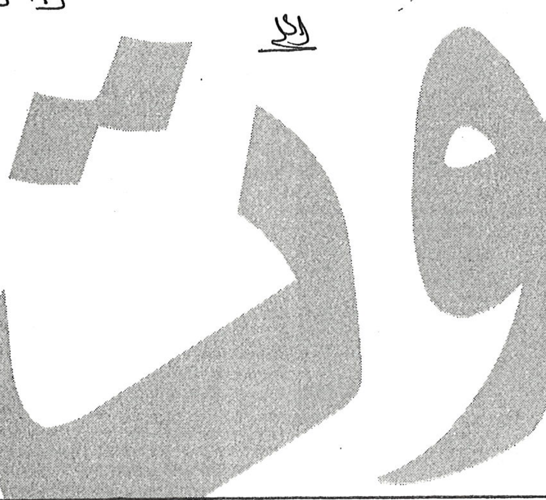
مثال 4 في الشكل المقابل

أ ب جـ د شكل رباعي فيه
أ د // ب جـ ، ب د ينصف ∠أ ب جـ
أ هـ ينصف ∠ب أ د


أثبت أن

[1] أ ب = أ د [2] أ هـ ⊥ ب د [3] ب هـ = هـ د

الحل



محور القطعة المستقيمة

هو المستقيم العمودي على القطعة من منتصفها يسمى (محور تماثل القطعة المستقيمة)

المستقيم ل محور تماثل أ ب

ملحوظة

أي نقطة تقع على محور تماثل القطعة المستقيمة تكون على بعدين متساويين من طرفيها

[12] عدد محاور تماثل المثلث

المثلث متساوي الساقين ......١......

المثلث متساوي الأضلاع ......٣......

المثلث مختلف الأضلاع ......صفر......

أكمل

[1] المستقيم المرسوم من رأس مثلث متساوي الساقين عمودي على القاعدة يسمى ....

[2] محور القطعة المستقيمة هو ....

[3] أي نقطة تنتمي لمحور القطعة المستقيمة تكون على بعدين .... من طرفيها

[4] إذا كانت ء تنتمي إلى محور تماثل القطعة المستقيمة $\overline{سص}$ فإن ...... = ...

[5] عدد محاور تماثل المثلث متساوي الساقين = ...

[6] عدد محاور تماثل المثلث مختلف الأضلاع = ...

[7] عدد محاور تماثل المثلث متساوي الأضلاع = ...

[8] △ أ ب جـ إذا كان ق(∠أ) = ق(∠ب) = ٦٠° فإن عدد محاور تماثل المثلث = ...

[9] △ أ ب جـ إذا كان أب = أجـ ، ق(∠أ) = ٦٠° عدد محاور تماثل المثلث = ...

[10] △ أ ب جـ إذا كان ق(∠أ) = ق(∠ب) ≠ ٦٠° عدد محاور تماثله = ...

[11] إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث قائم هو ٤٥° فإن عدد محاور تماثله ......

[12] أقصر بعد من نقطة على مستقيم معلوم هو ....

مثال ١ في الشكل المقابل

أب = أجـ ، ب جـ = ٦٠ سم

ق(∠ب أ ء) = ٣٠°

$\overline{أء} \perp \overline{بجـ}$

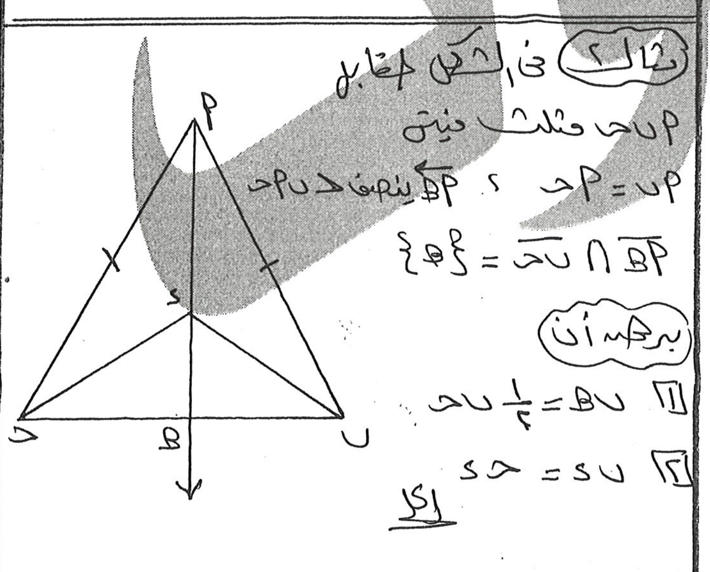
[1] أوجد طول ب ء ، أ ء .

[2] ما عدد محاور تماثل △ أ ب جـ

[3] مساحة △ أ ب جـ

الحل

مثال ٢ في الشكل المقابل



أ ب جـ مثلث فيه

أب = أجـ ، $\overrightarrow{أهـ}$ ينصف ∠ب أ جـ

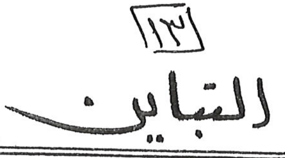
$\overrightarrow{أهـ} \cap \overline{بجـ} = \{هـ\}$

برهن أن

[1] ب هـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ

[2] ب ء = جـ ء

الحل



التباين

المقارنة بين قياسات زوايا المثلث

نظرية: إذا اختلف طولا ضلعين في مثلث فأكبرهما في الطول يقابله زاوية أكبر في القياس من قياس الزاوية المقابلة للضلع الآخر.

مثال ١: في الشكل المقابل

أ ب جـ د شكل رباعي

أثبت أن

ق(∠د أ ب) > ق(∠د جـ ب)

الحل

مثال ٢: في الشكل المقابل [> أو <]

ق(∠أ) ..... ق(∠ب)

ق(∠أ) ..... ق(∠جـ)

ق(∠ب) ..... ق(∠جـ)

مثال ٣: مثلث أ ب جـ فيه

أ ب = ٧ سم ب جـ = ٥ سم أ جـ = ٦ سم

أكبر الزوايا في القياس ...... وأصغرها ....

مثال ٤:

١ △ أ ب جـ فيه أ ب > أ جـ ∴ ق(∠جـ) > ق(∠)

٢ △ س ص ع فيه س ص > ص ع ق(∠ع) > ق(∠)

٣ △ س ص ع فيه س ص > ص ع ق(∠) > ق(∠)

مثال ٥: في الشكل المقابل

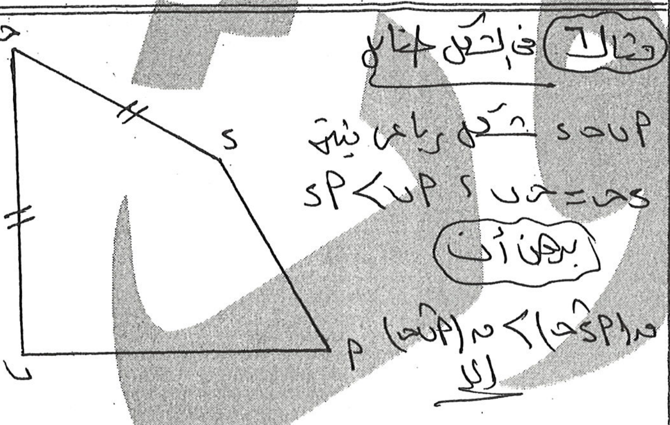
س ص > س ل

ص ع > ع ل

برهن أن

ق(∠س ل ع) > ق(∠س ص ع)

الحل



مثال ٦: في الشكل المقابل

أ ب جـ د شكل رباعي فيه

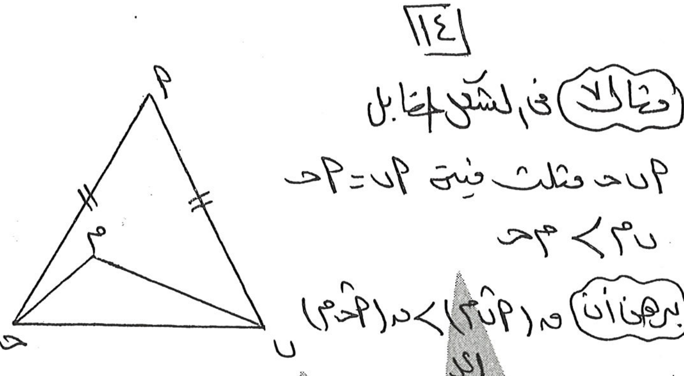
جـ د = جـ ب ، أ ب > أ د

برهن أن

ق(∠أ د جـ) > ق(∠أ ب جـ)

الحل

مثال ٧ في الشكل المقابل



أ ب ح مثلث فيه أ ب = أ ح

ب م > م ح

برهن أن ق(∠ أ ب م) > ق(∠ أ ح م)

الحل

مثال ٨ في الشكل المقابل

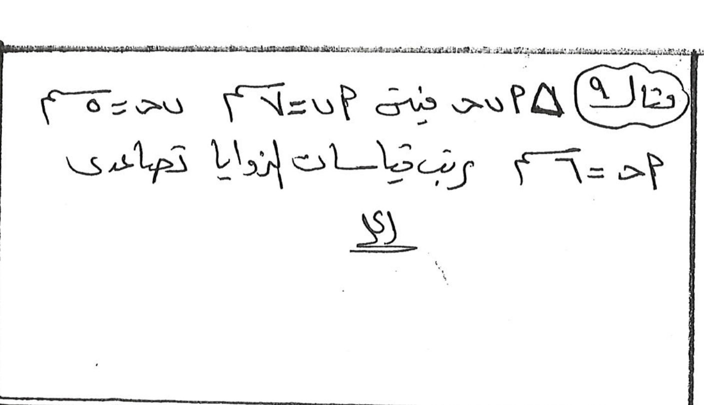
ب م متوسط

أ م > ب م

برهن أن

∠ أ ب ح منفرجة

الحل



مثال ٩ ∆ أ ب ح فيه أ ب = ٧ سم ، ب ح = ٥ سم

أ ح = ٦ سم رتب قياسات الزوايا تصاعدي

الحل

مثال ١٠ ∆ س ص ع فيه

س ص = ١٢ سم ، ص ع = ١٥ سم ، س ع = ١٠ سم

رتب قياسات الزوايا تنازلي

الحل

مثال ١١ في الشكل المقابل

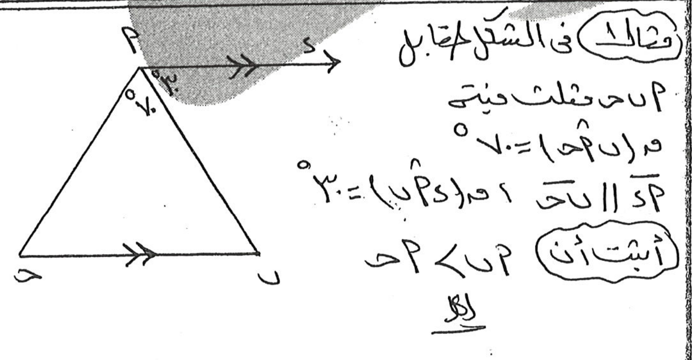
رتب قياسات الزوايا ترتيب تنازلي

(أ ب = ٤ سم ، أ ح = ٧ سم ، ب ح = ٦ سم)

الحل

نظرية إذا اختلف قياسا زاويتان في مثلث فأكبرهما في القياس يقابلها أكبر الأضلاع طولاً

مثال في الشكل المقابل



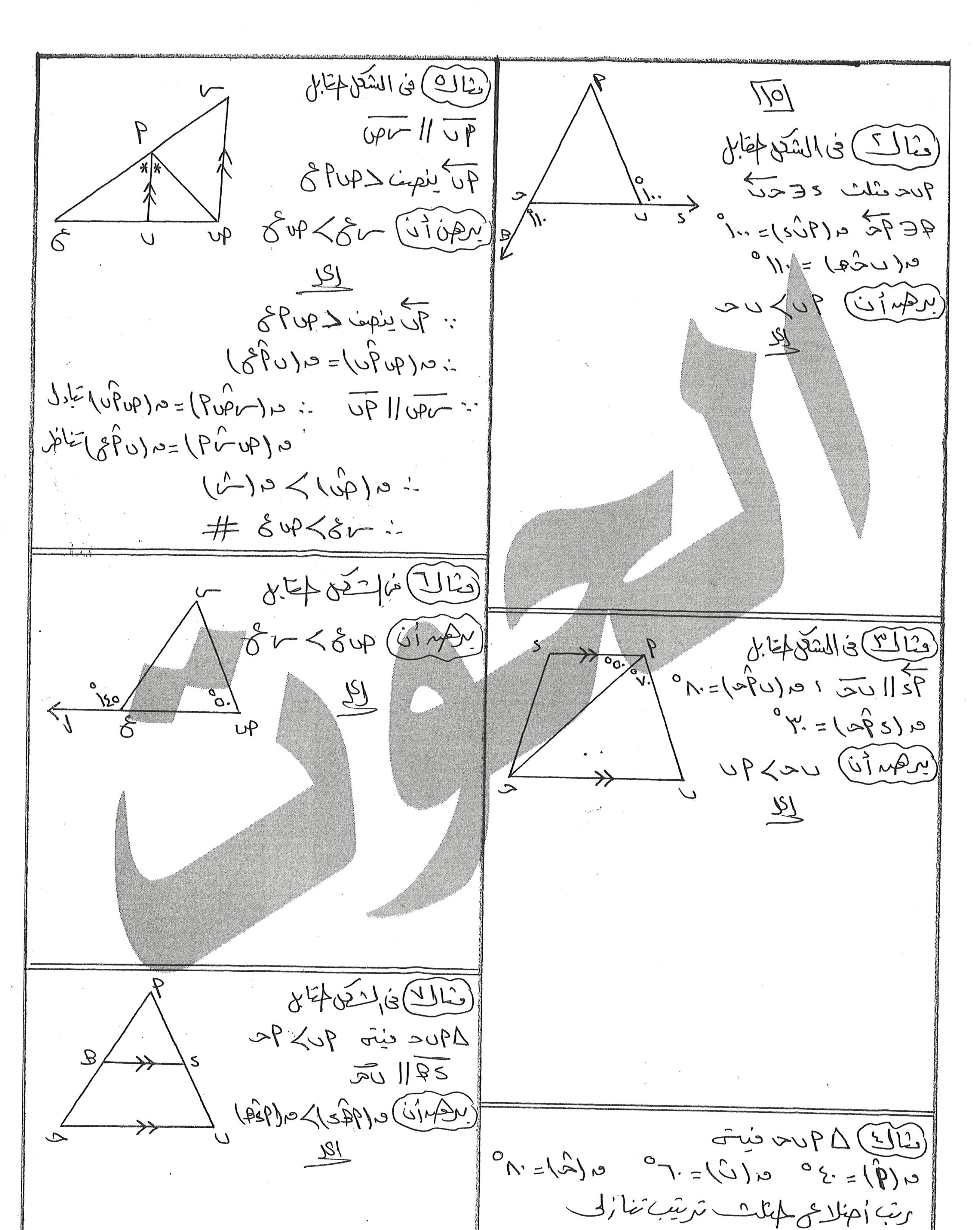
أ ب ح مثلث فيه

ق(∠ ب أ ح) = ٧٠°

أ د // ب ح ، ق(∠ د أ ب) = ٣٠°

أثبت أن أ ب > أ ح

الحل



١٥

مثال ٢ في الشكل المقابل

أ ب ج مثلث ، د ∈ $\overleftrightarrow{\text{ج ب}}$

هـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{أ ج}}$ ، ق(∠ أ ب د) = ١٠٠°

ق(∠ ب ج هـ) = ١١٠°

يبرهن أن أ ب > ب ج

الحل

مثال ٣ في الشكل المقابل

$\overleftrightarrow{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب ج}}$ ، ق(∠ ب أ ج) = ٨٠°

ق(∠ د أ ج) = ٣٠°

يبرهن أن ب ج > أ ب

الحل

مثال ٤ △ أ ب ج فيه

ق(∠ أ) = ٤٠° ق(∠ ب) = ٦٠° ق(∠ ج) = ٨٠°

رتب أضلاع المثلث ترتيباً تنازلياً

الحل

مثال ٥ في الشكل المقابل

$\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{س ص}}$

$\overrightarrow{\text{أ ب}}$ ينصف ∠ ص أ ع

يبرهن أن س ع > ص ع

الحل

∵ $\overrightarrow{\text{أ ب}}$ ينصف ∠ ص أ ع

∴ ق(∠ ص أ ب) = ق(∠ ب أ ع)

∵ $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{أ ب}}$ ∴ ق(∠ س ص أ) = ق(∠ ص أ ب) تبادل

ق(∠ ص س أ) = ق(∠ ب أ ع) تناظر

∴ ق(∠ ص) > ق(∠ س)

∴ س ع > ص ع #

مثال ٦ في الشكل المقابل

يبرهن أن ص ع > س ع

الحل

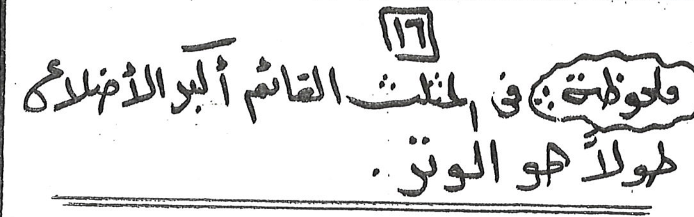
مثال ٧ في الشكل المقابل

△ أ ب ج فيه أ ب > أ ج

$\overline{\text{د هـ}}$ // $\overline{\text{ب ج}}$

يبرهن أن ق(∠ أ د هـ) > ق(∠ أ هـ د)

الحل



تمارين ٩: أكمل

[١] إذا اختلف طولا ضلعين في مثلث فأكبرهما طولاً يقابله ....

[٢] إذا اختلف قياسا زاويتان في مثلث فأكبرهما في القياس يقابلها ....

[٣] أكبر أضلاع المثلث القائم طولاً هو ....

[٤] أ ب جـ مثلث فيه ق(جـ) = ١١٠° يكون أكبر أضلاعه هو ....

[٥] إذا كان أ ب جـ مثلث فيه ق(أ) = ٥٠° ق(ب) = ٣٠° أصغر أضلاعه .... فأكبر أضلاعه ....

[٦] إذا كان △ أ ب جـ فيه ق(أ) = ق(ب) + ق(جـ) أكبر الأضلاع هو ....

[٧] △ أ ب جـ فيه أ ب = أ جـ ، ق(أ) = ٧٠° فإن أ ب < ....

[٨] أكبر أضلاع طولاً في △ أ ب جـ الذي فيه ق(أ) = ١٠٥° هو ....

[٩] أصغر الأضلاع طولاً في △ أ ب جـ الذي فيه ق(أ) = ٤٠° ق(ب) = ٦٠° هو ....

[١٠] △ س ص ع فيه ق(س) > ق(ع) فإن س ص > ....

[١١] △ أ ب جـ فيه أ ب > ب جـ فإن ق(أ) < ....

[١٢] △ أ ب جـ قائم في ب فإن أ جـ > ....

[١٣] △ س ص ع فيه ق(س) = ٦٥° ، ق(ص) = ٥٠° رتب أضلاعه تصاعدياً .... ، .... ، ....

تمرين ١٠: في الشكل المقابل

أ د = ب د = د جـ

برهن أن: ب جـ > أ جـ

الحل

تمرين ١١: في الشكل المقابل

أ ب جـ مثلث فيه د ∈ ب جـ بحيث أ د = د ب

برهن أن: ب جـ > أ جـ

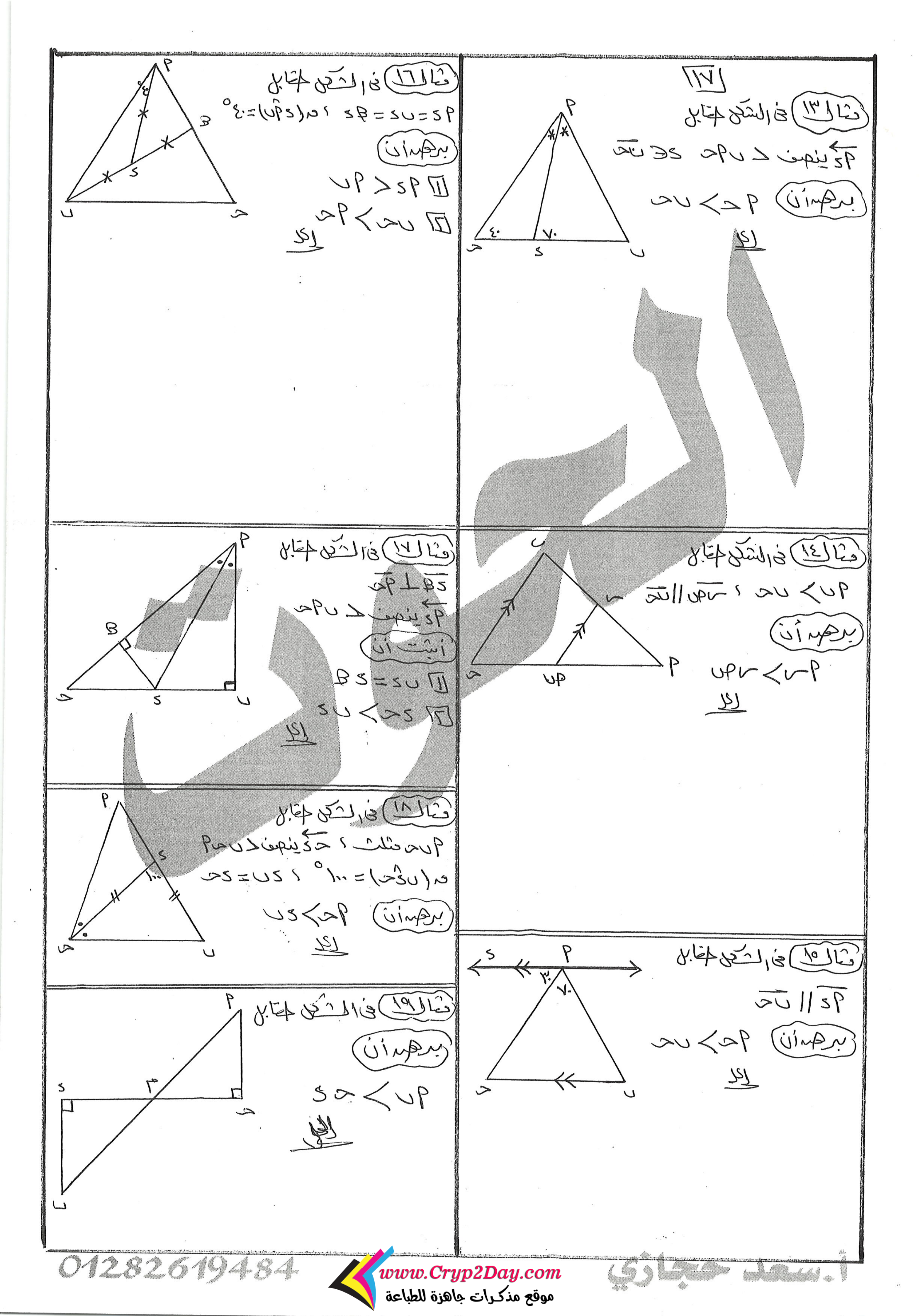
الحل

تمرين ١٢: في الشكل المقابل

د هـ // ب جـ

برهن أن: أ ب > أ جـ

الحل



١٧

مثال (١٣) في الشكل المقابل

$\overrightarrow{أد}$ ينصف ∠ ب أ ح ، د ∈ $\overline{بح}$

برهن أن: أ ح > ب ح

الحل

مثال (١٤) في الشكل المقابل

أ ب > ب ح ، $\overline{س ص} \parallel \overline{ب ح}$

برهن أن: أ س > س ص

الحل

مثال (١٥) في الشكل المقابل

$\overleftrightarrow{أد} \parallel \overline{بح}$

برهن أن: أ ح > ب ح

الحل

مثال (١٦) في الشكل المقابل

أ د = ب د = د هـ ، ق(∠ ب أ د) = ٤٠°

برهن أن

(١) أ د < أ ب

(٢) ب ح > أ ح

الحل

مثال (١٧) في الشكل المقابل

$\overline{د هـ} \perp \overline{أ ح}$

$\overrightarrow{أد}$ ينصف ∠ ب أ ح

أثبت أن

(١) ب د = د هـ

(٢) د ح > ب د

الحل

مثال (١٨) في الشكل المقابل

أ ب ح مثلث ، $\overrightarrow{حد}$ ينصف ∠ ب ح أ

ق(∠ ب د ح) = ١٠٠° ، ب د = د ح

برهن أن: أ ح > ب د

الحل

مثال (١٩) في الشكل المقابل

برهن أن: أ ب > ح د

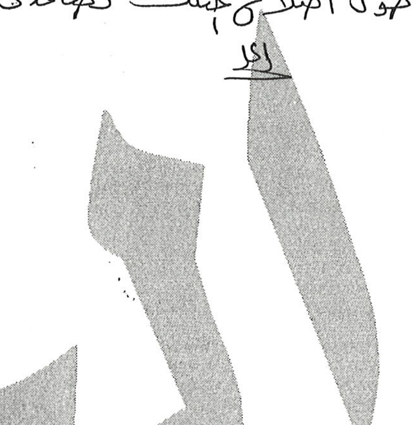
الحل

تمارين ٢٠ Δ أ ب ح فيه ق(∠أ) = (٥س + ٢)°

ق(∠ب) = (٦س − ١٠)° ق(∠ح) = (س + ٢٠)°

رتب أطوال أضلاع المثلث تصاعدياً

الحل



متباينة المثلث

مجموع ضلعين > طول الضلع الثالث

تمارين ١ وضح أي من الأطوال تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث

[1] ٥ ، ٧ ، ١٢

[2] ٤ ، ٦ ، ١١

[3] ١٤ ، ٩ ، ٧

[4] ٨ ، ١٨ ، ٨

الفترة التي ينتمي إليها طول الضلع الثالث

ل ∈]طرحهم ، جمعهم[

[1] أوجد الفترة التي ينتمي إليها طول الضلع الثالث في المثلث الذي فيه طولا ضلعين

٤ سم ، ٣ سم ل ∈]..... ، .....[

٧ سم ، ٣ سم ل ∈]..... ، .....[

تمارين ٢ أكمل

[1] مجموع طولي ضلعين في مثلث ...... طول الضلع الثالث

[2] طول أي ضلع في مثلث ...... مجموع طولي الضلعين الآخرين

[3] إذا كان طولا ضلعين في مثلث ٧ سم ، ٤ سم فإن طول الضلع الثالث .... [١ ، ٢ ، ٣ ، ٤]

[4] إذا كان طولا ضلعين في مثلث متساوي الساقين ٣ سم ، ٧ سم فإن طول الضلع الثالث ......

[5] مثلث له محور تماثل واحد طولا ضلعين فيه ٤ سم ، ٨ سم فإن طول الضلع الثالث ......

[6] إذا كان ٣ سم ، ٥ سم طولا ضلعين في مثلث فإن طول الضلع الثالث ∋ ....

[7] إذا كان ٥ سم ، ١٠ سم طولا ضلعين في مثلث فإن طول الضلع الثالث ∋ ......

[8] في Δ أ ب ح يكون أ ب + ب ح > ......

[9] في Δ د هـ و يكون هـ و < ...... + ...

[10] مثلث متساوي الساقين طولا ضلعين فيه ٢ سم ، ٥ سم فإن طول الضلع الثالث ......

تمارين ٣ في الشكل المقابل

أ ب ح مثلث م نقطة داخله

برهن أن

م أ + م ب + م ح > ½ محيط Δ أ ب ح

الحل